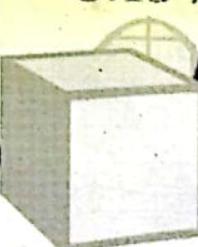


# ક્રાંતિક ગાળિએ



IBPS, SBI, LIC, GIC, RRB, SSC,  
TAT, TET, CMAT, પોલીસ કોન્સ્ટેબલ, PSI,  
UPSC, GPSC જેલી તમામ સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષામાં  
Shortcut Methods સાથેનું ઉપયોગી ગાળિએની  
પાયાની સમજ આપતું પુસ્તક

6.15%



પરેશ જી. બ્રિયેટી  
(M. Sc.)

તમામ સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષાઓ માટે ખૂબ જ ઉપયોગી એવું

Shortcut Methods આધારિત ગણિતની પાયાની સમજ આપતું પુસ્તક.....

# ઝડપ ગણિત

-: લેખક :-

પદેશ જનાર્દનભાઈ ત્રિવેદી  
M.Sc.

પ્રકાશન :

સ્થિર વિનાયક પદ્ધતીકેશન  
શાહીભાગ, વાઘાવાડી રોડ,  
ભાવનગર

E-મેઈલ : paresh5767@gmail.com

મોબાઇલ : 7383229851

ISBN : 978-93-5137-240-0

© સર્વ હક્ક લેખકને સ્વાධીન

પહેલી આવૃત્તિ : 3000 નકલ

(ચાર માસ બાદ)

બીજી આવૃત્તિ : 5000 નકલ

ત્રીજી આવૃત્તિ : 3000 નકલ

ચોથી આવૃત્તિ : 3000 નકલ

કિંમત ₹ 300

આ પુસ્તકના સર્વ હક્ક લેખક પદેશ જનાર્દનભાઈ ત્રિવેદીને હસ્તાક છે. આ પુસ્તકનો કોઈ પણ ભાગ, કોઈ પણ રૂપમાં ફોટોકોપી (અંગેલ), પુનઃપ્રકાશન, અનુવાદ કે વિતરણ, ઈલેક્ટ્રોનિક, માર્કિનિકલ, રેકોર્ડિંગ કે અન્ય કોઈ ડેટાબેઝ કે સિસ્ટમમાં સંગ્રહ લેખકની પૂર્વ-પરવાનગી વિના કરી-કરાવી શકાશે નહીં. અન્યથા સમાત કાનુની કાર્યવાહી દિવાની અને કોઈ દારી રાહે કરવામાં આવશે.

## અનુક્રમણિકા

(1) સંખ્યાઓ	1
(2) BODMAS નિયમ	9
(3) સરાસરી	12
(4) ટકાવારો	20
(5) લ. સા. અ. - ગુ. સા. અ.	33
(6) સાદુ વ્યાજ	41
(7) ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ	52
(8) ગુણોત્તર-પ્રમાણા	68
(9) કામ-મહેનતાણું	79
(10) ભાગીદારી	95
(11) નફો-ખોટ	106
(12) બીજગણિતના સુઓ આધારીત દાખલા	126
(13) ક્ષેત્રફળ	131
(14) ઘનફળ	154
(15) નળ-ટાંકી	166
(16) ઉંમર આધારિત દાખલા	180
(17) હોડી અને પ્રવાહ	193
(18) Train	200
(19) ત્રિકોણમિતિ	213
(20) અંતર - ઊંચાઈ	230
(21) સમાંતર શ્રેણી	238
(22) યામ ભૂમિતી	243
(23) આંકડાશાંત્ર	247
(24) પ્રેક્ટિસ પેપર	253

## સંખ્યાઓ

- જો સમાન નિશાની હોય તો સરવાળો કરી જે તે નિશાની મૂકવી.
- ઉદા.  $8 + 5 = 13$  અને  $-8 - 5 = -13$
- જો વિરુધ્ય નિશાની હોય તો બાદબાકી કરી મોટી રકમની નિશાની મૂકવી.
- ઉદા.  $-8 + 5 = -3$  અને  $8 - 5 = 3$
- ગુણાકારમાં સમાન નિશાનીનો ગુણાકાર ધન થાય છે.
- ઉદા.  $8 \times 5 = 40, -8 \times -5 = 40$
- ગુણાકારમાં વિરુધ્ય નિશાનીનો ગુણાકાર ઋણ આવે છે.
- ઉદા.  $-8 \times 5 = -40, 8 \times -5 = -40$
- કોઈપણ સંખ્યા 0 સાથે ગુણતા જવાબ 0 આવે છે.
- ઉદા.  $5 \times 0 = 0, 7 \times 0 = 0$
- કોઈપણ સંખ્યા પર ઘાત 0 હોય તો જવાબ 1 આવે છે.
- $5^0 = 1$
- જો અંશ 0 હોય તો જવાબ 0 આવે છે.
- $\frac{0}{5} = 0$
- જો છેડ 0 હોય તો જવાબ અનંત આવે છે.
- $\frac{5}{0} = \infty$  (અનંત)
- $\frac{0}{0}$  = અવ્યાખ્યાયીત
- ગુણાકારમાં આધાર સરખા હોય તો ઘાતનો સરવાળો થાય છે.  
 $5^2 \times 5^4 = 5^6$
- ભાગાકારમાં આધાર સરખા હોય તો ઘાતની બાદબાકી થાય છે.  
 $5^4 \div 5^3 = 5^{4-3} = 5^1$
- જો બે સંખ્યાનો ગુણાકાર 1 હોય તો તે બે સંખ્યાઓ પરસ્પર વ્યસ્ત કહેવાય છે.
- જો બે સંખ્યાનો સરવાળો 0 હોય તો તે બે સંખ્યાઓ પરસ્પર વિરોધી કહેવાય છે.
- કોઈપણ ધન કે ઋણ સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશા ધન હોય છે.

### અગત્યના પરિણામો

$$1. \quad 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n}{2} (n+1)$$

$$2. \quad 1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+n^2 = \frac{n}{6} (n+1)(2n+1)$$

$$3. \quad 1^3+2^3+3^3+4^3+\dots+n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$4. \quad 1+3+5+7+\dots+n = N^2 \text{ (જ્યાં } N \text{ એકી સંખ્યા ઓની કુલ સંખ્યા છે.)$$

$$5. \quad 2+4+6+8+10+\dots+n = N(N+1) \text{ (} N \text{ બેકી સંખ્યા ઓની કુલ સંખ્યા છે.)$$

તેમજ સરાસરી માટે

$$1+2+3+\dots+n \text{ સંખ્યાની સરાસરી } \frac{n+1}{2} \text{ થાય.}$$

### કેટલાક ઉપયોગી સુન્દરી

$$(1) \quad (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(2) \quad (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(3) \quad (x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$$

$$(4) \quad (x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$(5) \quad x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

$$(6) \quad (x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$$

$$(7) \quad (x-y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$$

$$(8) \quad x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(9) \quad x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$(10) \quad x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$(11) \quad x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$$

$$(12) \quad \text{જ્યાં } x+y+z=0 \text{ હોય તો } x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$(13) \quad (x+y+z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + 3(x+y)(y+z)(x+z)$$

$$(14) \quad (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$$

**પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ:** જે સંખ્યાઓથી વસ્તુઓને ગણી શકાય તે સંખ્યાઓને પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કહે છે. જેમકે 1, 2, 3, ..., ને પ્રાકૃતિક સંખ્યા કહે છે. જેમાં -1, -2, -3 જેવી ઋણ સંખ્યાઓ ગણાતી નથી.

**પૂર્ણ સંખ્યાઓ:** પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાં 0 ઉમેરવાથી મળતી સંખ્યાઓને પૂર્ણ સંખ્યાઓ કહે છે.  
જેમકે 0, 1, 2, 3, ..., વગેરે પૂર્ણ સંખ્યાઓ છે.  $-5, -7, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}$  ને પૂર્ણ સંખ્યા કહેવાતી નથી.

**પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ:** ઋણપૂર્ણાંક, 0 અને ધનપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંક સંખ્યા કહે છે. જેમકે -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...  
વગેરે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ છે.

**સંમેય સંખ્યાઓ:**  $8, \frac{7}{2}, \frac{5}{7}, -\frac{3}{4}, 0$  વગેરે  
એટલે કે ધનપૂર્ણાંક, ઋણપૂર્ણાંક, 0 અને અપૂર્ણાંકને સંમેય સંખ્યાઓ કહે છે.

**અસંમેય સંખ્યાઓ:**  $\sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{13}$  જેવી સંખ્યાઓને અસંમેય સંખ્યાઓ કહે છે.

**સ્થાન કિંમત:** 6725માં 5ની સ્થાન કિંમત તે એકમના સ્થાન પર હોવાથી તેની સ્થાન કિંમત 5 થાય છે. જ્યારે 2  
દશકના સ્થાને હોવાથી તેની સ્થાન કિંમત 20 થાય અને 7 શતકના સ્થાને હોવાથી તેની સ્થાન કિંમત  
700 થાય છે.

**સ્થૂળ કિંમત:** 6725માં 5ની સ્થૂળ કિંમત 5, 2ની સ્થૂળ કિંમત 2, 7 ની સ્થૂળ કિંમત 7 થાય છે. આમ કોઈપણ અંકની  
સ્થૂળ કિંમત હંમેશા તેજ રહે છે.

**ભાજ્ય, ભાગફળ, ભાજક અને શેષ**

$$\begin{array}{c} \text{ભાગફળ} \\ \text{ભાજક} \quad \boxed{\text{ભાજ્ય}} \\ \text{શેષ} \end{array}$$

$$\text{આમ ભાજ્ય} = \text{ભાજક} \times \text{ભાગફળ} + \text{શેષ}$$

### દ્યાન રાખવા જેવા મુદ્દા

- 0 એ ધનસંખ્યા અથવા ઋણ સંખ્યા કહેવાતી નથી.
- 1 એ વિભાજ્ય કે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.
- નાનામાં નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા +1 છે.
- મોટામાં મોટો ઋણ પૂર્ણાંક -1 છે.
- 2 એ એક માત્ર બેકી અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.
- નાનામાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા 2 છે.
- 1 થી 100 સંખ્યા વચ્ચે આવતી કુલ અવિભાજ્ય સંખ્યા 25 છે.
- પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓના એકમના સ્થાન પર હંમેશા 1, 4, 5, 6 અને 9 અંકોમાંથી કોઈ એક અંક આવે છે.
- પૂર્ણધન સંખ્યાના એકમના સ્થાન પર 0 થી 9 સુધીની કોઈપણ સંખ્યા હોઈ શકે.

### • 101 વડે ગુણાકાર

- કોઈ પણ 11 થી 99 સુધીની સંખ્યાનો ગુણાકાર 101 સાથે કરવો હોય તો તે સંખ્યા બે વાર લખવાથી જવાબ મળે છે.

$$17 \times 101 = 1717$$

$$89 \times 101 = 8989$$

- જો સંખ્યા 101 થી 199 સુધી હોય તો તે સંખ્યામાં 1 ઉમેરી છેલ્લા બે આંકડા મૂકવા.

$$132 \times 101 = 13332 \quad [132 + 1 = 133 \text{ અને છેલ્લા બે આંકડા} = 32]$$

$$189 \times 101 = 19089 \quad [189 + 1 = 190 \text{ અને છેલ્લા બે આંકડા} = 89]$$

- જો સંખ્યા 201 થી 299 હોય તો 2 ઉમેરી છેલ્લા બે આંકડા મૂકવા, જો 301 થી 399 હોય તો 3 ઉમેરી છેલ્લા બે આંકડા મૂકવા.

$$231 \times 101 = 23331 \quad [231 + 2 = 233 \text{ અને છેલ્લા બે આંકડા} = 31]$$

$$335 \times 101 = 33835 \quad [335 + 3 = 338 \text{ અને છેલ્લા બે આંકડા} = 35]$$

### • 99 વડે ગુણાકાર

- જો સંખ્યા 11 થી 99 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 1 બાદ કરી તે સંખ્યા ડાબી બાજુએ લખવી પડી રહી રહેશે તે સંખ્યા બાદ કરી જમણી બાજુએ મૂકવી.

$$28 \times 99 = 2772 \quad [28 - 1 = 27, 100 - 28 = 72]$$

$$78 \times 99 = 7722 \quad [78 - 1 = 77, 100 - 78 = 22]$$

- જો સંખ્યા 101 થી 199 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 2 બાદ કરી છેલ્લા બે આંકડા 100માંથી બાદ કરી મૂકવા.

$$198 \times 99 = 19602 \quad [198 - 2 = 196, 100 - 98 = 02]$$

- જો સંખ્યા 201 થી 299 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 3 બાદ કરી છેલ્લા બે આંકડા 100માંથી બાદ કરવા.

- જો સંખ્યા 301 થી 400 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 4 બાદ કરી છેલ્લા બે આંકડા 100માંથી બાદ કરવા.

$$229 \times 99 = 22671 \quad [229 - 3 = 226, 100 - 29 = 71]$$

$$371 \times 99 = 36729 \quad [371 - 4 = 367, 100 - 71 = 29]$$

### • 11 વડે ગુણાકાર

- $36 \times 11 = 396 \quad [36 \text{માં } 3 \text{ અને } 6 \text{ ની વચ્ચે } 3 \text{ અને } 6 \text{ નો સરવાળો એટલે } 39 \text{ મૂકવો.]$
- $45 \times 11 = 4[4+5]5 = 495$
- $24 \times 11 = 2[2+4]4 = 264$
- $58 \times 11 = 638$

પ્રથમ 5 અને 8 નો સરવાળો 13 થાય.

તેથી એકમનો અંક 8 લખી સરવાળા 13 માં 3 લખી વદી 1 તે 5 માં ઉમેરતા 6 આવે આમ 638 જવાબ થાય.

- $78 \times 11 = 858$  [  $7+8=15$  માં 5 લખી વદી 1 તે 7 માં ઉમેરતા 8 આવે ]
- $98 \times 11 = 1078$  [  $9+8=17$  માં 7 લખી વદી 1 તે 9 માં ઉમેરતા 10 મળે ]
- જ્યારે બે અંકડાના ગુણાકારમાં દશકનો અંક સરખો હોય અને એકમના અંકનો સરવાળો 10 થાય ત્યારે.....

→ પ્રથમ એકમના અંકોનો ગુણાકાર કરવો.

→ ત્યાર બાદ દશકના અંકમાં 1 ઉમેરી તેનો ગુણાકાર તે સંખ્યા સાથે કરવો.

$$56 \times 54 = 3024 \quad [6 \times 4 = 24 \text{ જમણી બાજુ}, 5 + 1 = 6 \times 5 = 30 \text{ ડાબી બાજુ}]$$

$$72 \times 78 = 5616 \quad [2 \times 8 = 16 \text{ જમણી બાજુ}, 7 + 1 = 8 \times 7 = 56 \text{ ડાબી બાજુ}]$$

$$93 \times 97 = 9021 \quad [3 \times 7 = 21 \text{ જમણી બાજુ}, 9 + 1 = 10 \times 9 = 90 \text{ ડાબી બાજુ}]$$

$$65 \times 65 = 4225 \quad [5 \times 5 = 25 \text{ જમણી બાજુ}, 6 + 1 = 7 \times 6 = 42 \text{ ડાબી બાજુ}]$$

### ● વર્ગની ટૂકી રીત માટે

- 5 ના વર્ગ માટેની શોર્ટકટ

એકમનો અંક 5 હોય તે સંખ્યાના વર્ગ કરવા માટે પ્રથમ 5 નો વર્ગ 25 લખો, ત્યાર બાદ દશકમાં 1 ઉમેરી તેનો ગુણાકાર દશકનાં અંક સાથે કરવો.

$$(35)^2 = 1225 \quad [(5)^2 = 25, 3 + 1 = 4 \times 3 = 12]$$

$$(65)^2 = 4225 \quad [(5)^2 = 25, 6 + 1 = 7 \times 6 = 42]$$

$$(85)^2 = 7225 \quad [(5)^2 = 25, 8 + 1 = 9 \times 8 = 72]$$

- જે સંખ્યામાં ફક્ત 1 જ હોય તેના વર્ગની રીત

$$(111)^2 = 12321$$

(અહીં 3 એકડા હોવાથી 1 થી 3 લખવા, ત્યાર બાદ ફરી 1 સુધી ઉત્તરતા કમમાં લખવા)

$$(11111)^2 = 123454321$$

(અહીં 5 એકડા હોવાથી 1 થી 5 લખવા, ત્યાર બાદ ફરી 1 સુધી ઉત્તરતા કમમાં લખવા)

### ● 51 થી 59 સુધીના વર્ગની રીત:

પ્રથમ 5 નો વર્ગ લખી તેમાં એકમનો અંક ઉમેરવો ત્યાર બાદ એકમના અંકનો વર્ગ કરી લખવો. જેમ કે:

$$(52)^2 = [25 + 2 = 27, (2)^2 = 04] = 2704$$

$$(54)^2 = [25 + 4 = 29, (4)^2 = 16] = 2916$$

$$(58)^2 = [25 + 8 = 33, (8)^2 = 64] = 3364$$

• 11 થી 19 ના વર્ગની રીત

પ્રથમ એકમનો અંક તે સંખ્યામાં ઉમેરીને સંખ્યા ડાબી બાજુએ લખવી ત્યારબાદ એકમના અંકનો વર્ગ કરી જમણી બાજુએ લખવો.

$$(12)^2 = [12+2 = 14, (2)^2 = 4] = 144$$

$$(13)^2 = [13+3 = 16, (3)^2 = 9] = 169$$

$$(17)^2 = [17+7 = 24, (7)^2 = 49 \text{ માં } 9 \text{ લખી } 24 + 49 = 289 \text{ અને } 28 \text{ થાય}] = 289$$

$$(19)^2 = [19+9 = 28, (9)^2 = 81, 28 + 81 = 36] = 361$$

• 91 થી 99 ના વર્ગની રીત

પ્રથમ 100માંથી તે સંખ્યા બાદ કરી જે સંખ્યા મળે તે સંખ્યા મૂળ સંખ્યામાંથી બાદ કરી ડાબી બાજુએ લખવી ત્યારબાદ તે સંખ્યાનો વર્ગ કરી જમણી બાજુએ લખવો.

$$(1) \quad (91)^2$$

•  $100 - 91 = 9$ ,  $91 - 9 = 82$  તે ડાબી બાજુ લખવા.

•  $(9)^2 = 81$  જમણી બાજુ લખવા.

$$\text{આમ } (91)^2 = 8281$$

$$(2) \quad (93)^2$$

•  $100 - 93 = 7$ ,  $93 - 7 = 86$  તે ડાબી બાજુ લખવા.

•  $(7)^2 = 49$  જમણી બાજુ લખવા

$$\text{આમ } (93)^2 = 8649$$

$$(3) \quad (96)^2$$

•  $100 - 96 = 4$ ,  $96 - 4 = 92$  તે ડાબી બાજુ લખવા.

•  $(4)^2 = 16$  જમણી બાજુ લખવા.

$$\text{આમ } (96)^2 = 9216$$

• 101 થી 109 ના વર્ગની રીત

• 100 કરતાં જેટલી સંખ્યા વધુ હોય તે મૂળ સંખ્યામાં ઉમેરીને ડાબી બાજુ લખવી.

• 100 કરતાં જેટલી સંખ્યા વધુ હોય તે નો વર્ગ કરી જમણી બાજુ લખવા.

$$(1) \quad (103)^2$$

100 કરતાં 3 વધારે હોવાથી  $103 + 3 = 106$  ડાબી બાજુ લખવા.

ત્યારબાદ 3નો વર્ગ 9 એટલે 09 જમણી બાજુ લખવા.

$$\therefore (103)^2 = 10609$$

$$(2) \quad (105)^2$$

- 100 કરતાં 5 વધારે હોવાથી  $105 + 5 = 110$  ડાબી બાજુ લખવા.

- 5 નો વર્ગ 25 જમણી બાજુ લખવો.

$$\therefore (105)^2 = 11025$$

$$(3) \quad (109)^2$$

- 100 કરતાં 9 વધારે હોવાથી  $109 + 9 = 118$  ડાબી બાજુ લખવા.

- 9 નો વર્ગ 81 જમણી બાજુ લખવો.

$$\therefore (109)^2 = 11881$$

- બેજુદા જુદા સમયનો સરવાળો કરવાની ટૂંકી રીત:

$$(1) \quad 3 \text{ કલાક અને } 45 \text{ મિનિટ તથા } 2 \text{ કલાક અને } 20 \text{ મિનિટનો સરવાળો કરવા માટે.$$

- 3 કલાક અને 45 મિનિટને 345 લખવા.

- 2 કલાક અને 20 મિનિટને 220 લખવા.

- $345 + 220 = 565$

- દરેક સરવાળામાં 40 ઉમેરવા.

- $565 + 40 = 605$

- જમણી બાજુના બે આંકડા મિનિટ અને ડાબી બાજુના આંકડા કલાક દર્શાવે છે.

- $605 = 6$  કલાક અને 05 મિનિટ

$$(2) \quad 12 \text{ કલાક અને } 55 \text{ મિનિટ તથા } 7 \text{ કલાક અને } 42 \text{ મિનિટનો સરવાળો કરવા માટે.$$

- $12 \text{ કલાક અને } 55 \text{ મિનિટ} = 1255$

- $7 \text{ કલાક અને } 42 \text{ મિનિટ} = 742$

- $1255 + 742 = 1997$

- $1997 + 40 = 2037$

- $2037 = 20$  કલાક અને 37 મિનિટ

## ભાગાકાર માટે દ્વાનમાં રાખવા જેવી બાબતો

- બધી સંખ્યાઓને 1 વડે ભાગી શકાય છે.
- જે સંખ્યાનો એકમનો અંક બેકી સંખ્યા હોય, તેને 2 વડે ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાઓના અંકોનો સરવાળો તના ગુણાંકમાં હોય, તો તે સંખ્યાને ત્રણ વડે ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાના છેલ્લા બે અંકોથી બનતી સંખ્યાને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય, તો તે આખી સંખ્યાને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાનો છેલ્લો અંક 5 અથવા 0 હોય, તો તે સંખ્યાને 5 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- જો સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો તના ગુણાંકમાં હોય અને સંખ્યાનો છેલ્લો અંક બેકી હોય તો તે સંખ્યાને 6 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાના છેલ્લા ત્રણ અંકોથી બનેલી સંખ્યાને 8 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તો તે સંખ્યાને 8 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.
- જો સંખ્યાના બધા અંકોનો સરવાળો 9ના ગુણાંકમાં હોય તો તે સંખ્યાને 9 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.
- જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0 (શૂન્ય) હોય, તે સંખ્યાને 10 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાનો એકી અને બેકી સ્થાનના અંકોનો સરવાળો સરખો હોય અથવા સરવાળાનો તફાવત 11ના ગુણાંકમાં હોય, તો તે સંખ્યાને 11 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.
- જો  $a$  બેકી સંખ્યા હોય તો  $(a - 1)^n$  ને  $a$  વડે ભાગવામાં આવે તો શેષ 1 વધે.
- જો  $a$  એકી સંખ્યા હોય તો  $(a - 1)^n$  ને  $a$  વડે ભાગવામાં આવે તો શેષ -1 વધે.
- જ્યારે  $(a + 1)^n$  ને  $a$  વડે ભાગવામાં આવે તો શેષ 1 વધે.

ઉદા.  $19^{22}$  ને 20 વડે ભાગતાં મળતી શેષ શોધો.

$$\begin{aligned}
 & 19^{22} \div 20 \\
 & = \frac{19^{22}}{20} \\
 & = \frac{(20 - 1)^{22}}{20} \\
 \therefore \text{ શેષ} & = 1
 \end{aligned}$$

## BODMAS નો નિયમ

સામાન્ય રીતે સાદુરૂપ આપવા માટે BODMAS શબ્દના ક્રમાંક અનુસાર સાદુરૂપ આપવામાં આવે છે. જેમાં BODMASનો અર્થ નીચે મુજબ થાય છે.

- B → Bracket → કોંસ →  $\{(-)\}$
- O → Of → નું → ગુણાકાર કરવો
- D → Division → ભાગાકાર →  $\div$
- M → Multiplication → ગુણાકાર →  $\times$
- A → Addition → સરવાળો →  $+$
- S → Subtraction → બાદબાકી →  $-$

જેમાં કોંસમાં સાદુરૂપમાં પ્રથમ રેખાખંડ કોંસ — ત્યારબાદ નાનો કોંસ ( ) ત્યારબાદ છગપીયો કોંસ { } ત્યારબાદ કાટખૂણીયા કોંસ [ ] નું સાદુરૂપ આપવું.

1.  $800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - \{35 - (18 - 8 \div 2) + 6\}]$  નું સાદુરૂપ આપો.

$$\begin{aligned}
 &= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - \{35 - (18 - 4 + 6)\}] \\
 &= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - \{35 - 10\}] \\
 &= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - 25] \\
 &= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times 15 \\
 &= 800 \div 32 \times 15 \\
 &= \frac{800}{32} \times 15 \\
 &= 25 \times 15 \\
 &= 375
 \end{aligned}$$

2.  $125 + 150 \div 6 = ?$

$$\begin{aligned}
 &= 125 + \frac{150}{6} \\
 &= 125 + 25 \\
 &= 150
 \end{aligned}$$

3.  $2280 \times 24 + 24 - 40 = ?$

$$\begin{aligned}
 &= 54720 + 24 - 40 \\
 &= 54704
 \end{aligned}$$

4.  $288 \div 36 \div 18 = ?$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{288}{36} \div 18 \\
 &= 8 \div 18 \\
 &= \frac{8}{18} \\
 &= \frac{4}{9}
 \end{aligned}$$

5.  $40 \times 2 \div 10 + 5 - 4 = ?$

$$\begin{aligned}
 &= 40 \times \frac{2}{10} + 5 - 4 \\
 &= 8 + 5 - 4 = 9
 \end{aligned}$$

6.  $5 \times 5 + 5 + (5 \times 5 \div 5 + 50) = ?$

$$\begin{aligned}
 &= 5 \times 5 + 5 + (5 \times 1 + 50) \\
 &= 5 \times 5 + 5 + (5 + 50) \\
 &= 5 \times 5 + 5 + 55 \\
 &= 25 + 5 + 55 \\
 &= 85
 \end{aligned}$$

7.  $\frac{48 \text{ of } (72 \div 24) \times 6 + 18 \div 6}{12 \text{ of } (2 + 18) \div 3 \text{ of } 2 \times (100 \div 75)}$  નું સાફ્ટ્રેપ આપો.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{48 \text{ of } \left(\frac{72}{24}\right) \times 6 + 18 \div 6}{12 \text{ of } (20) \div 3 \text{ of } 2 \times \left(\frac{100}{75}\right)} \\
 &= \frac{48 \text{ of } 3 \times 6 + 18 \div 6}{12 \text{ of } 20 \div 3 \text{ of } 2 \times \left(\frac{4}{3}\right)} \\
 &= \frac{144 \times 6 + 18 \div 6}{240 \div 6 \times \frac{4}{3}} \\
 &= \frac{144 \times 6 + 3}{40 \times \frac{4}{3}}
 \end{aligned}$$

કાંપી ગણિત : 10 :

$$= \frac{864 + 3}{160}$$

$$= \frac{867 \times 3}{160}$$

$$= \frac{2601}{160}$$

8.  $\frac{0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 0.3 \times 0.3 \times 0.3}{0.8 \times 0.8 \times 0.8 - 0.6 \times 0.6 \times 0.6}$  નું સાદુરૂપ આપો.

$$\begin{aligned} &= \frac{(0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 0.3 \times 0.3 \times 0.3)}{0.4 \times 2 \times 0.4 \times 2 \times 0.4 \times 2 - 0.3 \times 2 \times 0.3 \times 2 \times 0.3 \times 2} \\ &= \frac{(0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 0.3 \times 0.3 \times 0.3)}{8(0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 0.3 \times 0.3 \times 0.3)} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

9.  $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{50}\right) = ?$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \dots \times \frac{49}{50} \\ &= \frac{1}{50} \end{aligned}$$

10.  $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{100}\right) = \left(\frac{x}{100}\right)$  તો  $x$  ની ક્રમત શોધો.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \dots \times \left(\frac{99}{100}\right) = \left(\frac{x}{100}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = 1$$

11.  $(4^3)^4 \div (4^2)^3 = ?$

$$= 4^{12} \div 4^6$$

$$= 4^{12-6}$$

$$= 4^6$$

12.  $44^2 \div (44)^2$

$$= 4^{16} \div 4^8$$

$$= 4^8$$

## સરાસરી

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{અવલોકનો નો સરવાળો}}{\text{અવલોકનોની સંખ્યા}}$$

એટલે કે

$$\text{અવલોકનોનો સરવાળો} = \text{સરાસરી} \times \text{અવલોકનોની સંખ્યા}$$

### ઉદાહરણો

1.  $15, 5, 0, 12$  અને  $8$  ની સરાસરી શોધો.

$$\begin{aligned}\text{સરાસરી} &= \frac{15+5+0+12+8}{5} \\ &= \frac{40}{5} = 8\end{aligned}$$

2.  $40, 10, 25, 20, 35, x$  ની સરેરાશ  $25$  હોય તો  $x$  ની કિંમત શોધો.

$$25 = \frac{40+10+25+20+35+x}{6}$$

$$\therefore 150 = 130 + x$$

$$\therefore 20 = x$$

$$\therefore x = 20$$

3.  $16a + 16b = 48$  હોય તો  $a$  અને  $b$  ની સરેરાશ શોધો.

$$16a + 16b = 48$$

$$\therefore 16(a+b) = 48$$

$$\therefore a+b = 3$$

$$\therefore \frac{a+b}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$\therefore a$  અને  $b$  ની સરેરાશ  $1.5$  છે.

4. ત્રણ ભિત્રોની સરેરાશ ઉંમર  $23$  વર્ષ છે. જો ચોથા ભિત્રની ઉંમર ઉમેરવામાં આવે તો સરેરાશ ઉંમર  $25$  વર્ષ થાય છે તો ચોથા ભિત્રની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે?

ત્રણ ભિત્રોની સરારેશ ઉંમર =  $23$  વર્ષ

$\therefore$  ત્રણ ભિત્રોની કુલ ઉંમર =  $23 \times 3 = 69$  વર્ષ, ચોથો ભિત્ર ઉમેરવામાં આવે તો સરેરાશ ઉંમર  $25$  વર્ષ થાય છે.

$\therefore$  ચાર ભિત્રોની કુલ ઉંમર =  $25 \times 4 = 100$  વર્ષ

$\therefore$  ચોથા ભિત્રની ઉંમર = ચાર ભિત્રોની કુલ ઉંમર - ત્રણ ભિત્રોની કુલ ઉંમર

$$= 100 - 69$$

$$= 31 \text{ વર્ષ}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{નવા મિત્રની ઉંમર} &= \text{નવી સરેરાશ} + \text{જુની સંખ્યા} \quad (\text{સરેરાશનો તફાવત}) \\
 &= 25 + 3(25 - 23) \\
 &= 25 + 3(2) \\
 &= 25 + 6 \\
 &= 31 \text{ વર્ષ}
 \end{aligned}$$

5. 80 કિગ્રા વજન ધરાવતી વ્યક્તિની જગ્યાએ નવી વ્યક્તિ ઉમેરવાથી ચાર વ્યક્તિના સરેરાશ વજનમાં 5 કિગ્રાનો વધારો થાય છે તો નવી દાખલ થયેલી વ્યક્તિનું વજન કેટલા કિગ્રા. હશે?

ચાર વ્યક્તિના સરેરાશ વજનમાં થયેલ વધારો = 5 કિગ્રા.

$$\therefore \text{ચાર વ્યક્તિના કુલ વજનમાં થયેલ વધારો} = 5 \times 4 = 20 \text{ કિગ્રા.}$$

$$\text{નવી વ્યક્તિ દાખલ થવાથી} 20 \text{ કિગ્રા. વજનમાં વધારો થાય છે તેથી નવી વ્યક્તિનું વજન} = 80 + 20 = 100 \text{ કિગ્રા.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{નવી વ્યક્તિનું વજન} &= \text{જુની વ્યક્તિનું વજન} + (\text{સંખ્યા} \times \text{સરેરાશનો તફાવત}) \\
 &= 80 + (4 \times 5) \\
 &= 80 + 20 \\
 &= 100 \text{ કિગ્રા.}
 \end{aligned}$$

6. 100 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાની સરાસરી શોધો.

$$n \text{ પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો સરવાળો} = \frac{n}{2} (n + 1)$$

$$\begin{aligned}
 100 \text{ સુધીની સંખ્યાનો સરવાળો} &= \frac{100}{2} (100 + 1) \\
 &= 50(101) \\
 &= 5050 \\
 \therefore 100 \text{ સુધીની સરાસરી} &= \frac{5050}{100} = 50.5
 \end{aligned}$$

7. 11 પરિણામોની સરેરાશ 50 છે. તેમાંની પ્રથમ 6 પરિણામોની સરેરાશ 49 અને છેલ્લા 6 પરિણામોની સરેરાશ 52 હોય તો છહું પરિણામ શોધો.

$$11 \text{ પરિણામની સરેરાશ} = 50$$

$$\therefore 11 \text{ પરિણામોનો કુલ સરવાળો} = 50 \times 11 = 550$$

$$\text{પ્રથમ } 6 \text{ પરિણામોનો સરવાળો} = 49 \times 6 = 294$$

$$\text{છેલ્લા } 6 \text{ પરિણામોનો સરવાળો} = 52 \times 6 = 312$$

$$\text{પ્રથમ } 6 \text{ અને છેલ્લા } 6 \text{ પરિણામોનો કુલ સરવાળો એટલે કે કુલ } 12 \text{ પરિણામોનો સરવાળો} = 294 + 312 = 606$$

$$\begin{aligned}
 \text{ઇછુક પરિણામ} &= 12 \text{ પરિણામોનો સરવાળો - } 11 \text{ પરિણામોનો સરવાળો} \\
 &= 606 - 550 \\
 &= 56
 \end{aligned}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{ઇછુક પરિણામ} &= 50 + 6 [(52 - 50) + (49 - 50)] \\
 &= 50 + 6 [(2-1)] \\
 &= 50 + 6 \\
 &= 56
 \end{aligned}$$

8. પાંચ સંખ્યાઓની સરાસરી 27 છે. જો તેમાંની એક સંખ્યા રદ કરી નાખવામાં આવે તો નવી સરેરાશ 25 થાય છે તો રદ કરેલી સંખ્યા શોધો.

$$\text{પાંચ સંખ્યાનો કુલ સરવાળો} = 27 \times 5 = 135$$

$$\text{એક સંખ્યા રદ થતા ચાર સંખ્યાનો કુલ સરવાળો} = 25 \times 4 = 100$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ રદ થયેલ સંખ્યા} &= \text{પાંચ સંખ્યાનો સરવાળો - ચાર સંખ્યાનો સરવાળો} \\
 &= 135 - 100 \\
 &= 35
 \end{aligned}$$

9. 120 વિદ્યાર્થીઓએ આપેલ પરીક્ષામાં મેળવેલ સરેરાશ ગુણ 35 છે. જો પાસ થયેલા વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ 39 હોય અને નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ 15 હોય તો પરીક્ષામાં પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

$$\text{ધારોકે પરીક્ષામાં પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા} = x$$

$$\therefore \text{ નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા} = (120 - x)$$

$$\text{પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીએ મેળવેલ કુલ ગુણ} = 39x$$

$$\text{નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીએ મેળવેલ કુલ ગુણ} = 15(120 - x)$$

$$\begin{aligned}
 \text{પરીક્ષામાં બેઠેલા વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ કુલ ગુણ} &= 120 \times 35 \\
 &= 4200
 \end{aligned}$$

$$\therefore 4200 = 39x + 15(120 - x)$$

$$4200 = 39x + 1800 - 15x$$

$$2400 = 24x$$

$$\therefore x = 100$$

$$\therefore \text{ પરીક્ષામાં પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા} = 100$$

10. એક વ્યક્તિ A થી B સુધીનું અંતર 60 કિમી/કલાકની ઝડપે અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર 40 કિમી/કલાકની ઝડપે કાપે તો તેની સરેરાશ ઝડપ શોધો.

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{\text{કાપેલું કુલ અંતર}}{\text{તે માટે લાગતો સમય}}$$

ધારો કે A થી B સુધીનું અંતર  $x$  કિમી. હોય તો B થી A સુધીનું અંતર  $4x$  કિમી. થાય  
આમ વ્યક્તિ કુલ  $x + x = 2x$  કિમી અંતર કાપશે.

હવે

$$A \text{ થી } B \text{ સુધીનું અંતર કાપવા લાગતો સમય } t_1 = \frac{A \text{ થી } B \text{ સુધીનું અંતર}}{A \text{ થી } B \text{ સુધીની ઝડપ}}$$

$$t_1 = \frac{x}{60} \text{ કલાક}$$

તેજ રીતે,

$$B \text{ થી } A \text{ સુધીનું અંતર કાપવા લાગતો સમય } t_2 = \frac{B \text{ થી } A \text{ સુધીનું અંતર}}{B \text{ થી } A \text{ સુધીની ઝડપ}}$$

$$t_2 = \frac{x}{40} \text{ કલાક}$$

$$\text{કુલ સમય} = t_1 + t_2 = \frac{x}{60} + \frac{x}{40} = \frac{2x + 3x}{120} = \frac{5x}{120} = \frac{x}{24} \text{ થાય.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{સરેરાશ ઝડપ} &= \frac{\text{કાપેલું અંતર}}{\text{તે માટે લાગતો સમય}} \\ &= \frac{2x}{x/24} \\ &= \frac{2 \times 24 \times x}{x} \\ &= 48 \text{ કિમી/કલાક}\end{aligned}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{સરેરાશ ઝડપ} &= \frac{2xy}{x+y} \quad \text{જ્યાં } x \text{ એ } A \text{ થી } B \text{ સુધીની ઝડપ અને } y \text{ તે } B \text{ થી } A \text{ સુધીની ઝડપ} \\ &= \frac{2 \times 60 \times 40}{60+40} = \frac{2 \times 60 \times 40}{100} = 48 \text{ કિમી/કલાક}\end{aligned}$$

11. એક વ્યક્તિ તેણે કાપેલા કુલ અંતરના ત્રણ સરખા ભાગ અનુક્રમે 40 કિમી/કલાક, 30 કિમી/કલાક અને 15 કિમી/કલાક ની ઝડપે અંતર કાપે છે તો તેની સરેરાશ ઝડપ શોધો.

**Short cut**

$$\begin{aligned} \text{સરેરાશ ઝડપ} &= \frac{3xyz}{xy+yz+zx} \\ &= \frac{3 \times 40 \times 30 \times 15}{40 \times 30 + 30 \times 15 + 15 \times 40} \\ &= \frac{3 \times 40 \times 30 \times 15}{2250} \\ &= 24 \text{ કિમી/કલાક} \end{aligned}$$

12. સોમવાર, મંગળવાર અને બુધવારનું સરેરાશ તાપમાન  $36^\circ$  તથા મંગળવાર, બુધવાર અને ગુરુવારનું સરેરાશ તાપમાન  $38^\circ$  છે. જો ગુરુવારનું તાપમાન  $37^\circ$  હોય તો સોમવારનું તાપમાન કેટલું હશે?

$$\text{સોમ, મંગળ અને બુધનું સરેરાશ તાપમાન} = 36^\circ$$

$$\therefore \text{સોમ, મંગળ અને બુધનું કુલ તાપમાન} = 36 \times 3 = 108^\circ$$

$$\text{મંગળ, બુધ અને ગુરુનું સરેરાશ તાપમાન} = 38^\circ$$

$$\therefore \text{મંગળ, બુધ અને ગુરુનું કુલ તાપમાન} = 38 \times 3 = 114^\circ$$

$$\text{ગુરુવારનું તાપમાન} = 37^\circ$$

$$\therefore \text{મંગળ અને બુધનું કુલ તાપમાન} = 114 - 37 = 77^\circ$$

$$\therefore \text{સોમવારનું તાપમાન} = 108 - 77 = 31^\circ$$

**Short cut**

$$a - b = n(x - y)$$

$$\therefore a - 37 = 3(36 - 38)$$

$$a - 37 = 3(-2)$$

$$a = 37 - 6$$

$$a = 31$$

$a$  = પહેલી સંખ્યા અથવા સોમવારનું તાપમાન

$b$  = અંતિમ સંખ્યા અથવા ગુરુવારનું તાપમાન

$n$  = દિવસોની સંખ્યા

$x$  = પહેલા ત્રણ દિવસનું સરેરાશ તાપમાન

$y$  = છેલ્લા ત્રણ દિવસનું સરેરાશ તાપમાન

### પ્રક્રિયા

- પાંચ સંખ્યાઓની સરેરાશ 30 છે. જો તેમાંથી એક સંખ્યા રદ કરવામાં આવે તો બાકીની સંખ્યાની સરેરાશ 25 થાય છે તો રદ કરેલી સંખ્યા શોધો.
- 25 વિદ્યાર્થીઓની સરેરાશ ઉંમર 10 વર્ષ છે. જો તેના એક શિક્ષકની ઉંમર ઉમેરવામાં આવે તો સરેરાશ 1 વર્ષ વધે છે તો શિક્ષકની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે?

3. આઠ વ્યક્તિના સમુહમાં એક 65 કિ.ગ્રા. વજન ધરાવતી વ્યક્તિની જગ્યાએ નવી વ્યક્તિનું વજન ઉમેરવાથી સરેરાશ 1.5 કિ.ગ્રા. વધે છે તો નવી આવનાર વ્યક્તિનું વજન કેટલા કિ.ગ્રા. હશે?
4. એક વ્યક્તિ તેણે કાપેલા અંતરનું અડધું અંતર 6 કિમી / કલાકની ઝડપે અને બાકીનું અડધું અંતર 3 કિમી / કલાકની ઝડપે કાપે છે તો તેની સરેરાશ ઝડપ કેટલી હશે?
5. A અને Bની ત્રણ વર્ષ પહેલાની સરેરાશ ઉમર 20 વર્ષ હતી. C તેમાં જોડતા તેની હાલની ઉમરની સરેરાશ 25 વર્ષ થાય તો Cની હાલની ઉમર કેટલા વર્ષ હશે?
6. દસ અવલોકનોની સરેરાશ 25 છે. તપાસ કરતા માલુમ પડ્યું કે તેમાં ભૂલથી એક અવલોકન 36ની બદલે 56 લેવાયું છે તો નવી સરેરાશ શોધો.
7. 100 અવલોકનોની સરેરાશ 30 છે. તપાસ કરતા માલુમ પડ્યું કે તેમાંના બે અવલોકનો 33 અને 11 ને બદલે 32 અને 12 લેવાયા છે તો નવી સરેરાશ શોધો.
8. 23 વિદ્યાર્થીઓ અને 1 શિક્ષકની સરેરાશ ઉમર 15 વર્ષ છે. જો શિક્ષકની ઉમર 2દ કરવામાં આવે તો સરેરાશ ઉમરમાં 1 વર્ષનો ઘટાડો થાય છે તો શિક્ષકની ઉમર કેટલા વર્ષ હશે?
9. બે સંખ્યાની સરાસરી  $ab$  છે. જો તેમાંની એક સંખ્યા વહોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.
10. બે સંખ્યાઓની સરેરાશ 6.5 છે. જો તેમના ગુણાકારોનું વર્ગમૂળ 6 હોય તો બત્તે સંખ્યાઓ શોધો.
11. એક કીફેટ્રે તેની 19મી ઇન્નિઝમાં 98 રન કરવાથી તેમના સરેરાશ રનમાં 4નો વધારો થાય તો તેના 19 ઇન્નિઝમાં સરાસરી રન શોધો?
12. ચાર અવલોકનોમાંથી પ્રથમ ત્રણ અવલોકનોની સરેરાશ 15 છે. જ્યારે છેલ્લા ત્રણ અવલોકનોની સરેરાશ 16 છે. જો છેલ્લું અવલોકન 19 હોય તો પ્રથમ અવલોકન શોધો.

### જવાબો

- પાંચ સંખ્યાની સરેરાશ = 30  
 પાંચ સંખ્યાનો કુલ સરવાળો =  $30 \times 5 = 150$   
 એક 2દ કરવાથી ચાર સંખ્યાની સરેરાશ = 25  
 ચાર સંખ્યાનો કુલ સરવાળો =  $25 \times 4 = 100$   
 2દ કરેલી સંખ્યા =  $150 - 100 = 50$
- શિક્ષકની ઉમર = નવી સરેરાશ + જુની સંખ્યા  $\times$  સરેરાશમાં થયેલો વધારો  
 $= 11 + 25(11-10)$   
 $= 11 + 25 = 36$
- નવી વ્યક્તિનું વજન = જુની વ્યક્તિનું વજન + (સંખ્યા  $\times$  સરેરાશમાં તફાવત)  
 $= 65 + (8 \times 1.5)$   
 $= 65 + 12$   
 $= 77$

$$\begin{aligned}
 4. \quad \text{सरेराशज्ज्ञ} &= \frac{2xy}{x+y} \\
 &= \frac{2(6)(3)}{6+3} \\
 &= \frac{36}{9} \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

5. A અને Bની ત્રણ વર્ષ પહેલાની સરેરાશ ઉંમર = 20 વર્ષ  
A અને Bની હાલની સરેરાશ ઉંમર = 23 વર્ષ  
A અને Bની કુલ ઉંમર =  $23 \times 2 = 46$   
C જોડાતા A અને Bની સરેરાશ ઉંમર = 25 વર્ષ  
A, B અને Cની કુલ ઉંમર =  $25 \times 3 = 75$   
∴ Cની હાલની ઉંમર =  $75 - 46$   
= 29 વર્ષ

$$\begin{aligned}
 6. \quad \text{नवीसरेराश} &= \frac{10 \times 25 - 56 + 36}{10} \\
 &= \frac{230}{10} \\
 &= 23
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7. \quad \text{नवीसरेराश} &= \frac{100 \times 30 - 32 - 12 + 33 + 11}{100} \\
 &= \frac{3000 - 44 + 44}{100} \\
 &= 30
 \end{aligned}$$

8. 23 વિદ્યાર્થી અને 1 શિક્ષકની સરેરાશ ઉંમર = 15 વર્ષ  
 $\therefore$  23 વિદ્યાર્થીઓ અને 1 શિક્ષકની કુલ ઉંમર =  $15 \times 24$   
= 360 વર્ષ  
શિક્ષકની ઉંમર 2દ થતા નવી સરેરાશ = 14 વર્ષ  
 $\therefore$  23 વિદ્યાર્થીની કુલ ઉંમર =  $23 \times 14$   
= 322 વર્ષ  
 $\therefore$  શિક્ષકની ઉંમર =  $360 - 322$   
= 38 વર્ષ

9. ધારોકે બીજી સંખ્યા =  $x$

$$\therefore ab = \frac{a+x}{2}$$

$$\therefore 2ab = a+x$$

$$\therefore x = 2ab - a$$

10. ધારોકે એક સંખ્યા =  $x$ , બીજી સંખ્યા =  $y$        $\frac{x+y}{2} = 6.5$

$$\therefore x+y = 13$$

$$\sqrt{xy} = 6$$

$$\therefore xy = 36$$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$$

$$= (13)^2 - 4(36)$$

$$= 169 - 144$$

$$= 25$$

$$\therefore x-y = 5 \dots\dots (1)$$

$$x+y = 13 \dots\dots (2)$$

સમીકરણ 1 અને 2 પરથી  $x = 9$  અને  $y = 4$

11. 18 ઈન્જિની સરેરાશ =  $x$

18 ઈન્જિના કુલ રન =  $18x$

19 ઈન્જિનમાં 98 રન કરવાથી સરેરાશ 4 રન વધે છે.

19 ઈન્જિનમાં કુલ રન =  $19(x+4)$

$$19(x+4) = 18x + 98$$

$$19x + 76 = 18x + 98$$

$$x = 22$$

18 ઈન્જિની સરેરાશ = 22

19 ઈન્જિની સરેરાશ =  $22 + 4 = 26$

12. પ્રથમ ત્રણ અવલોકનનો સરવાળો =  $15 \times 3 = 45$

છેલ્લા ત્રણ અવલોકનનો સરવાળો =  $16 \times 3 = 48$

છેલ્લું અવલોકન 19 હોવાથી

બીજા અને ત્રીજા અવલોકનનો સરવાળો =  $48 - 19 = 29$

$$\therefore \text{પ્રથમ અવલોકન} = 45 - 29$$

$$\therefore \text{પ્રથમ અવલોકન} = 16$$

## ટકાવારી

- ટકાને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવવા માટે 100 વડે ભાગાકાર કરવો જોઈએ.

ઉદાહરણ  $125\% = \frac{125}{100} = 1.25$

$$6\% = \frac{6}{100} = 0.06$$

- અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવવા માટે 100 વડે ગુણાકાર કરવો જોઈએ.

ઉદાહરણ  $0.145 = 0.145 \times 100 = 14.5\%$

$$0.54 = 0.54 \times 100 = 54\%$$

**ઉદાહરણો**

1. 20% ને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવો.

$$20\% = \frac{20}{100} = 0.2$$

2. 0.03 ને ટકામાં ફેરવો

$$0.03 = (0.03 \times 100)\% = 3\%$$

3. 57 તે 76 ના કેટલા ટકા કહેવાય?

$$\begin{aligned} \text{જો } y \text{ ના } x\% &= z \text{ હોય તો } x = \frac{z}{y} \times 100 \\ &= \frac{57}{76} \times 100 = 75\% \end{aligned}$$

4. એક વ્યક્તિ તેની આવકના 12% બચાવે છે. જો તેની વાર્ષિક આવક રૂ. 80,000 હોય તો તેની વાર્ષિક બચત શોધો.

$$100 \text{ રૂ. વાર્ષિક આવક હોય તો બચત} = 12 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 80,000 \text{ રૂ. વાર્ષિક આવક હોય તો બચત} = ?$$

$$\frac{12 \times 80,000}{100} = 9600 \text{ રૂ.}$$

5. રમેશની માસિક આવક 9000 રૂ. છે. જો તે 20% શિક્ષણખર્ચ માટે, 25% મકાન ભાડામાં, 5% ટીકીટભાડામાં, 30% ઘરવખરીમાં અને 8% વધારાના ખર્ચમાં વાપરે છે અને બાકીનો ભાગ બચત કરે છે તો તેની બચત કેટલા રૂપીયા હશે?

$$\begin{aligned} \text{તેનો કુલ ખર્ચ} &= 20\% + 25\% + 5\% + 30\% + 8\% \\ &= 88\% \end{aligned}$$

$$\text{બચત} = (100 - 88)\% = 12\%$$

**જડપી ગણિત : 20 :**

100 રૂ. માસિક આવક હોય તો બચત = 12 રૂ.

∴ 9000 રૂ. માસિક આવક હોય તો બચત = ?

$$\frac{12 \times 9000}{100} = 1080 \text{ રૂ.}$$

6. એક વस્તુની કિંમત રૂ.20 થી ઘટીને રૂ.16 થાય તો તેમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થયો હશે?

રૂ.20ની મૂળકિંમતે થતો ઘટાડો = 4 રૂ.

∴ 100ની મૂળકિંમતે થતો ઘટાડો = ?

$$\frac{4 \times 100}{20} = 20\%$$

7. એક દુકાનદાર એક વસ્તુની મૂળકિંમત પર 20% વધારો કરીને પછી 20% વળતર આપે તો તેને કેટલા ટકા નફોકે નુકસાન થાય?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિ. = 100 રૂ.

તેના પર 20% વધારો =  $100 + 20 = 120$  રૂ.

120 રૂ. પર 20% વળતર આપે છે. તેથી  $120 \times 20\% = 24$  થાય તેથી વસ્તુની કિંમત  $120 - 24 = 96$  થાય.

આમ 100 રૂની કિંમતની વસ્તુ 96 રૂ.માં વહેચાતી હોવાથી 4 રૂ. ખોટ જાય તેથી 4% ખોટ જાય.

### Short cut

જ્યારે બજેની ટકાવારી સરખી હોય ત્યારે ખોટ જાય

$$\begin{aligned}\text{ખોટ } (\%) &= \frac{x^2}{100} \\ &= \frac{(20)^2}{100} \\ &= \frac{400}{100} \\ &= 4\%\end{aligned}$$

8. એક વેપારી એક વસ્તુની કિંમતમાં 30% વધારો કરે છે. માંગ વધવાથી ફરી કિંમતમાં 10% વધારો કરે છે તો તેણે એકંદરે કેટલા ટકા વધારો કર્યો હશે?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિ. = 100 રૂ.

30% વધવાથી થતી કિંમત =  $100 + 30 = 130$  રૂ.

ફરી 130 પર 10% વધારો થાય છે.

$$\begin{aligned}\text{તેથી નવો ભાવ} &= 130 + (130 \times 10\%) \\ &= 130 + 13 = 143 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

∴ 100 રૂ.ની મૂળકિંમતની વસ્તુની કિંમત 143 રૂ. થાય છે. તેથી 100 રૂ.ની કિંમત પર 43 રૂ. વધારો હોવાથી 43% ભાવ વધારો કહેવાય.

### Short cut

$$\begin{aligned}\% \text{માં ફેરફાર} &= \left[ x + y + \frac{xy}{100} \right] \% \\ &= \left[ 30 + 10 + \frac{(30)(10)}{100} \right] \% \\ &= (40 + 3)\% \\ &= 43\%\end{aligned}$$

9. એક લેપટોપની કિંમતમાં અનુક્રમે 30% અને 10% ઘટાડો કરતા એકંદરે તેની કિંમતમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

$$\begin{aligned}\text{ધારોકે લેપટોપની કિંમત} &= 100 રૂ. \\ 30\% \text{ ઘટાડો થતા કિંમત} &= 100 - 30 = 70 રૂ. \\ 70 રૂ. માં 10\% \text{ ઘટાડો કરતા} &= 70 - (70 \text{ના } 10\%) \\ &= 70 - 7 \\ &= 63 રૂ.\end{aligned}$$

100 રૂ. ની કિંમત પર 63 રૂ. થતા 37 રૂ. નો ઘટાડો થાય છે. તેથી 37% ઘટાડો કહેવાય.

### Short cut

$$\begin{aligned}\% \text{માં ફેરફાર} &= \left[ x + y + \frac{xy}{100} \right] \% \\ &= \left[ -30 - 10 + \frac{(-30)(-10)}{100} \right] \% \\ &= (-40 + 3)\% \\ &= -37\% \\ ∴ 37\% \text{ ઘટાડો થાય}\end{aligned}$$

10. એક મોબાઈલની કિંમતમાં 10% વધારો થયા પછી 20% ઘટાડો થાય છે તો કેટલા ટકા ફેરફાર થયો હશે?

$$\begin{aligned}\% \text{માં ફેરફાર} &= \left[ x + y + \frac{xy}{100} \right] \% \\ &= \left[ 10 - 20 + \frac{(10)(-20)}{100} \right] \% \\ &= (-10 - 2)\% \\ &= -12\%\end{aligned}$$

∴ ભાવમાં 12% નો ઘટાડો થયો હશે.

11. A નો પગાર B કરતા 25% વધારે છે તો B નો પગાર A કરતા કેટલા ટકા ઓછો હશે?

ધારો કે B નો પગાર = 100 રૂ.

$$\begin{aligned}\therefore A \text{ નો પગાર} &= 100 + (100 \text{ ના } 25\%) \\ &= 125 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

125 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = 100 રૂ.

100 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = ?

$$\frac{100 \times 100}{125} = 80 \text{ રૂ.}$$

∴ જો A નો પગાર 100 રૂ. હોય તો B નો પગાર 80 રૂ. થાય. તેથી 20 રૂ. ઓછો એટલે 20% ઓછો થાય.

### Short cut

$$\begin{aligned}\% \text{ ઓછો પગાર} &= \left( \frac{r}{100+r} \times 100 \right)\% \\ &= \left( \frac{25}{100+25} \times 100 \right)\% \\ &= \left( \frac{25}{125} \times 100 \right)\% \\ &= 20\%\end{aligned}$$

12. જો A નો પગાર B કરતા 20% ઓછો હોય તો B નો પગાર A કરતા કેટલા ટકા વધારે હશે?

ધારો કે B નો પગાર = 100 રૂ.

$$\begin{aligned}\therefore A \text{ નો પગાર} &= 100 - (100 \text{ ના } 20\%) \\ &= 100 - 20 \\ &= 80 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

80 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = 100 રૂ.

100 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = ?

$$\frac{100 \times 100}{80} = 125$$

તેથી જો A નો પગાર 100 રૂ. હોય તો B નો પગાર 125 રૂ. એટલે કે 25 રૂ. વધારે હોવાથી 25% વધારે છે.

**Short cut**

$$\begin{aligned}\% \text{વધારે} &= \left( \frac{r}{100 - r} \times 100 \right) \% \\ &= \left( \frac{20}{100 - 20} \times 100 \right) \% \\ &= \left( \frac{20}{80} \times 100 \right) \% \\ &= 25\%\end{aligned}$$

13. જો પેટ્રોલના ભાવમાં 5% વધારો કરવામાં આવે અને ખર્ચમાં ફેરફાર ન કરવામાં આવે તો તેના વપરાશમાં કેટલા ટકા ઘટાડો કરવો પડે?

**Short cut**

$$\begin{aligned}\text{ઘટાડો } (\%) &= \left( \frac{r}{100 + r} \times 100 \right) \% \\ &= \left( \frac{5}{105} \times 100 \right) \% \\ &= 4.76\%\end{aligned}$$

14. ખાંડની કિંમતમાં કીલોટીઠ 5 % ઘટાડો કરવામાં આવે છે. જો ખર્ચમાં ફેરફાર ન કરવામાં આવે તો તેના વપરાશમાં કેટલા ટકા વધારો કરવો પડે?

**Short cut**

$$\begin{aligned}\text{વધારો } (\%) &= \left( \frac{r}{100 - r} \times 100 \right) \% \\ &= \left( \frac{5}{95} \times 100 \right) \% \\ &= 5.26\%\end{aligned}$$

15. રમેશ એક પરીક્ષામાં 30% માર્ક્સ મેળવીને 25 માર્ક્સથી નાપાસ થાય છે. જ્યારે તેજ પરીક્ષામાં મહેશ 44% માર્ક્સ મેળવીને પાસીંગ માર્ક્સ કરતા 10 માર્ક્સ વધારે મેળવે છે તો પરીક્ષા કુલ કેટલા માર્ક્સની હશે?

જ્યારે એક વિદ્યાર્થી  $x\%$  મેળવી  $y$  માર્ક્સથી નાપાસ થાય ત્યારે બીજો વિદ્યાર્થી  $z\%$  મેળવી પાસીંગ માર્ક્સ કરતા  $w$  માર્ક્સ વધારે મેળવે તો

$$\text{કુલ માર્ક્સ } M = \frac{w+y}{z-x} \times 100$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{10+25}{44-30} \times 100 \\
 &= \frac{35}{14} \times 100 \\
 &= 250
 \end{aligned}$$

16. એક વિદ્યાર્થી 28% ગુણ મેળવી 36 ગુણથી નાપાસ થાય છે. જો પાસીંગ ગુણ 40% હોય તો પરીક્ષાના કુલ ગુણ શોધો.

**Short cut** જો વિદ્યાર્થી  $x\%$  મેળવી  $y$  ગુણથી નાપાસ થાય અને પાસીંગ ગુણ  $P\%$  હોય તો કુલ ગુણ

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{y}{P-x} \times 100 \\
 &= \frac{36}{40-28} \times 100 \\
 &= \frac{36}{12} \times 100 \\
 &= 300 \text{ ગુણ}
 \end{aligned}$$

17. એક વિદ્યાર્થી એક પરીક્ષામાં 28 માર્ક્સ મેળવી 2 માર્ક્સ નાપાસ થાય છે. જો પાસીંગ માર્ક્સ 40% હોય તો પરીક્ષા કેટલા માર્ક્સની હશે?

**Short cut** જો વિદ્યાર્થી  $z$  માર્ક્સ મેળવી  $y$  માર્ક્સ નાપાસ થાય છે. જો પાસીંગ માર્ક્સ  $P\%$  હોય તો

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{100(z+y)}{P} \\
 &= 100 \left( \frac{28+2}{40} \right) \\
 &= 75 \text{ માર્ક્સ}
 \end{aligned}$$

18. એક શહેરની વસ્તી 8000 છે. તે 10% ના દરે પ્રથમ વર્ષ અને 20% ના દરે બીજા વર્ષ વધે તો બે વર્ષના અંતે કુલ કેટલી વસ્તી હશે?

$$\begin{aligned}
 A &= P \left( \frac{100+x}{100} \right) \left( \frac{100+y}{100} \right) \\
 &= 8000 \left( \frac{100+10}{100} \right) \left( \frac{100+20}{100} \right) \\
 &= 8000 \left( \frac{110}{100} \right) \left( \frac{120}{100} \right) \\
 &= 10560
 \end{aligned}$$

19. એક શહેરની વસ્તી 10,000 છે. તે પ્રથમ વર્ષ 10% વધે છે. બીજા વર્ષ 20% ઘટે છે અને ત્રીજા વર્ષ 30% વધે છે. તો ત્રણ વર્ષને અંતે કુલ કેટલી વસ્તી હશે?

$$\begin{aligned}
 A &= P \left( \frac{100+x}{100} \right) \left( \frac{100-y}{100} \right) \left( \frac{100+z}{100} \right) \\
 &= 10,000 \left( \frac{100+10}{100} \right) \left( \frac{100-20}{100} \right) \left( \frac{100+30}{100} \right) \\
 &= 10000 \left( \frac{110}{100} \right) \left( \frac{80}{100} \right) \left( \frac{130}{100} \right) \\
 &= 11440
 \end{aligned}$$

20. એક શહેરની વસ્તી પ્રથમ વર્ષ 10% વધે છે. બીજા વર્ષ 10% ઘટે છે. જો બીજા વર્ષના અંતે વસ્તી 29700 હોય તો બે વર્ષ પહેલાની વસ્તી કેટલી હશે?

$$\begin{aligned}
 P &= A \left( \frac{100}{100+x} \right) \left( \frac{100}{100-y} \right) \\
 &= 29700 \left( \frac{100}{110} \right) \left( \frac{100}{90} \right) \\
 &= 30000
 \end{aligned}$$

21. એક ઉમેદવારને એક ચૂંટણીમાં 46% મત પ્રાપ્ત થયા અને તે 6000 મતોથી હાર્દી ગયો તો ચૂંટણીમાં કુલ કેટલા મતદારો હશે?

$$\text{ધારોકે મતદારોની સંખ્યા} = 100$$

$$\text{ઉમેદવારના પ્રાપ્ત થતા મતની સંખ્યા} = 46$$

$$\text{જીતેલા ઉમેદવારને પ્રાપ્ત થતા મતો} = 100 - 46 = 54$$

$$\therefore 54 - 46 = 8 \quad \therefore \text{પહેલો ઉમેદવાર} 8 \text{ મતે હારેલો હશે.}$$

$$\therefore 8 \text{ મતોથી હારેતો કુલ મતદારો} = 100$$

$$\therefore 6000 \text{ મતોથી હારેતો કુલ મતદારો} = ?$$

$$\frac{100 \times 6000}{8} = 75000$$

**Short cut** ધારોકે કોઈ ઉમેદવારને  $x\%$  મત મળ્યા હોય અને તે  $M$  મતોથી હારેલ હોય તો કુલ મતદારો

$$\frac{50 \times M}{50 - x} \text{ થાય.}$$

$$\therefore \text{કુલ મતદારો} = \frac{50 \times 6000}{50 - 46}$$

$$= \frac{300000}{4} = 75000$$

22. એક પરીક્ષામાં 52% વિદ્યાર્થી ગણિતમાં અને 42% વિદ્યાર્થી વિજ્ઞાનમાં નાપાસ થયા. જ્યારે 17% વિદ્યાર્થીઓ બને વિષયમાં નાપાસ થયા. જો 69 વિદ્યાર્થીઓ બને વિષયમાં પાસ થયા હોય તો કેટલા વિદ્યાર્થીઓએ પરીક્ષા આપી હશે?

$$\text{ધારો કે કુલ પરીક્ષા આપનાર વિદ્યાર્થી} = 100$$

$$\text{ગણિતમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થી} = 52$$

$$\text{વિજ્ઞાનમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થી} = 42$$

$$\text{બને વિષયમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થી} = 17$$

કુલ ગણિત, વિજ્ઞાન તથા બને વિષયમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$$= (52 - 17) + (42 - 17) + 17$$

$$= 77$$

$$\therefore \text{બને વિષયમાં પાસ થનાર વિદ્યાર્થીની સંખ્યા} = 100 - 77$$

$$= 23$$

$$23 \text{ વિદ્યાર્થી પાસ થયા હોય તો કુલ વિદ્યાર્થી} = 100$$

$$\therefore 69 \text{ વિદ્યાર્થી પાસ થયા હોય તો કુલ વિદ્યાર્થી} = ?$$

$$\frac{100 \times 69}{23} = 300$$

$\therefore$  કુલ 300 વિદ્યાર્થીઓએ પરીક્ષા આપી હશે.

### Short cut

જો  $x\%$  ગણિતમાં,  $y\%$  વિજ્ઞાનમાં અને  $z\%$  બને વિષયમાં નાપાસ થયા હોય તો

$$\text{બને વિષયમાં પાસ થયેલાની ટકાવારી} = 100 - (x + y - z)$$

$$= 100 - (52 + 42 - 17)$$

$$= 23$$

$$\therefore \text{કુલ વિદ્યાર્થીઓ} = \frac{100 \times 69}{23} = 300$$

23. એક વસ્તુની કિમતમાં 20% ઘટાડવાથી તેના વેચાણમાં 40% વૃદ્ધિ થાય તો વેપારમાં કેટલા ટકા ફેરફાર થયો હશે?

ધારો કે એક વસ્તુની કિમત =  $x$  રૂ.

વેચાતી વસ્તુ =  $y$

$\therefore$  મ્રાપ્ત થતો વેપાર =  $xy$  રૂ.

વस्तुनी किंमतमાં 20% ઘટાડો કરવાથી વસ્તુની કિંમત =  $\frac{80x}{100}$  રૂ.

40% વસ્તુના વેચાણમાં વધારો થવાથી વેચાતી વસ્તુ =  $\frac{140y}{100}$

$$\text{પ્રાપ્ત થતો વેપાર} = \frac{80x}{100} \times \frac{140y}{100} \text{ રૂ.}$$

$$= 1.12xy \text{ રૂ.}$$

$$\therefore \text{વેપારમાં થતી વૃદ્ધિ.} = (1.12xy - xy) \text{ રૂ.}$$

$$= 0.12xy \text{ રૂ.}$$

$$\therefore \text{વેપારમાં થતી વૃદ્ધિ (\%)} = \frac{0.12xy}{xy} \times 100$$

$$= 12\%$$

### Short cut

$$\text{વેપારમાં થતી વૃદ્ધિ} = \text{ટકાવધારો} - \frac{\text{વધારો} \times \text{ઘટાડો}{100}$$

$$= 40 - 20 - \frac{40 \times 20}{100}$$

$$= 40 - 20 - 8$$

$$= 12\%$$

(જે અંશ જવાબ આવે તો વેપારમાં ઘટાડો થાય)

24. એક વ્યક્તિના પગારમાં એક મહીના માટે 25% વધારો કરવામાં આવે છે ત્યાર બાદ બીજે મહીને મૂળ પગાર આપવા માટે કેટલા ટકા ઘટાડો કરવો પડે?

$$\text{घટાડો (\%)} = \left( \frac{r}{100+r} \times 100 \right) \%$$

$$= \left( \frac{25}{100+25} \times 100 \right) \%$$

$$= \frac{2500}{125} \%$$

$$= 20\%$$

$\therefore$  બીજે મહીને મૂળ પગાર આપવા માટે 20% ઘટાડો કરવો પડે.

25. એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં ચાર ગણો વધારો કરવાથી તેમના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકાનો વધારો થશે?

$$\text{વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ} = \pi r^2$$

$$\text{ત્રિજ્યામાં ચારગણો વધારો થવાથી ક્ષેત્રફળ} = \pi (4r)^2 = 16\pi r^2$$

$\therefore$  મૂળ ક્ષેત્રફળનું 16 ગણું ક્ષેત્રફળ થાય.

$$\begin{aligned}\therefore \text{જરૂરી ટકામાં વધારો} &= \left( \frac{(16-1)}{1} \times 100 \right) \% \\ &= 1500\%\\ \therefore \text{ક્ષેત્રફળમાં} &1500\% \text{નો વધારો થાય.}\end{aligned}$$

## પ્રક્રિયા

1. 35 %ને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવો.
2.  $2/5$  ને ટકામાં ફેરવો.
3. 1300ના 20% કેટલા થાય?
4. 25 સેમી તે 1 મીટરના કેટલા ટકા થાય?
5. એક વિદ્યાર્થી એક પરીક્ષામાં 50 ગુણમાંથી 36 ગુણ મેળવે તો તેને કેટલા ટકા ગુણ મેળવ્યા હશે?
6. એક વ્યક્તિ તેની આવકના 85% ખર્ચ કરે છે. જો તે 3600 રૂ. માસિક બચાવે તો તેની માસિક આવક શોધો.
7. જો ઘઉંના ભાવ 25% વધી જાય અને ખર્ચમાં ફેરફાર કરવામાં ન આવે તો વપરાશ કેટલા ટકા ઘટાડવો જોઈએ?
8. A નો પગાર B કરતા 150% વધારે હોય તો B નો પગાર A કરતા કેટલા ટકા ઓછો હશે?
9. એક વેપારી એક વસ્તુની નક્કી કરેલ કિંમત પર 35% નફો ઉમેરીને 35% વળતર આપે તો તેને કેટલા ટકા નફો કે નુકસાન થાય?
10. એક દુકાનદાર એક વસ્તુની કિંમત 25% વધારીને ફરી 20% વધારે તો તેણે એકંદરે કેટલા ટકા વધાર્યા હશે?
11. A ની આવક B કરતા 25% ઓછી છે. B ની આવક C કરતા 10% ઓછી છે. જો C ની આવક 720 રૂ. હોય તો A ની આવક શોધો.
12. એક વસ્તુની મૂળકિંમતમાં 25% ઘટાડો કરવામાં આવે છે તો ફરી તે મૂળકિંમત પ્રાપ્ત કરવા માટે ભાવમાં કેટલા ટકા વધારો કરવો પડશે?
13. એક પરીક્ષામાં 60% વિદ્યાર્થીઓ અંગ્રેજીમાં, 70% વિદ્યાર્થીઓ હિન્દીમાં અને 40% વિદ્યાર્થીઓ બંગારી પાસ થાય છે તો બને વિષયમાં નાપાસ થયેલા વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી શોધો.
14. બે સંખ્યાનો તફાવત તે મોટી સંખ્યાના 20% જેટલો છે. જો નાની સંખ્યા 20 હોય તો મોટી સંખ્યા શોધો.
15. મહેશ તેની આવકના 20% બચાવે છે. મોઘવારીને કારણે તેના ખર્ચમાં 20% નો વધારો થાય છે. જો તેની બચત 200 રૂ. હોય તો તેનો પગાર શોધો.

### જવાબો

1.  $35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

2.  $\frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5} \times 100\right)\% = 40\%$

3.  $1300 \text{ ના } 20\% = \frac{1300 \times 20}{100} = 260$

4.  $\frac{25 \text{ સેમી}}{1 \text{ મીટર}} \times 100 = \left(\frac{25 \text{ સેમી}}{100 \text{ સેમી}} \times 100\right)\% = 25\%$

5.  $\frac{36}{50} \times 100 = 72\%$

6. ખર્ચ = 85%

બયત =  $100 - 85 = 15\%$

15 રૂ. બયત કરે તો આવક = 100 રૂ.

$\therefore 3600 \text{ રૂ. બયત કરે તો આવક} = ?$

$$\frac{100 \times 3600}{15} = 24000 \text{ રૂ.}$$

### 7. Short cut

$$\begin{aligned}\text{ધટકો (\%)} &= \left(\frac{r}{100+r} \times 100\right)\% \\ &= \left(\frac{25}{100+25} \times 100\right)\% \\ &= \left(\frac{25 \times 100}{125}\right)\% \\ &= \frac{2500}{125} \\ &= 20\%\end{aligned}$$

8. પગાર ઓછો (\%) =  $\left(\frac{r}{100+r} \times 100\right)\%$

$$= \left(\frac{150 \times 100}{100+150}\right)\%$$

$$= 60\% \quad \therefore B \text{ નો પગાર A કરતા } 60\% \text{ ઓછો હશે.}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad \text{ખોડ} &= \frac{x^2}{100} \% \\
 &= \frac{(35)^2}{100} \% \\
 &= 12.25 \% \\
 \therefore \quad &12.25 \% \text{ ખોડજાય.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad \text{વધારો (\%)} &= \left( x + y + \frac{xy}{100} \right) \% \\
 &= \left( 25 + 20 + \frac{(25)(20)}{100} \right) \% \\
 &= (45 + 5) \% \\
 &= 50 \% 
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad \text{B ની આવક} &= 720 - 720 \text{ ના } 10 \% \\
 &= 720 - 72 = 648 \\
 \text{A ની આવક} &= 648 - 648 \text{ ના } 25 \% \\
 &= 648 - 162 \\
 &= 486 \\
 \therefore \quad &\text{A ની આવક } 486 \text{ રૂ. હશે.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12. \quad \text{વધારો (\%)} &= \left( \frac{r}{100-r} \times 100 \right) \% \\
 &= \left( \frac{25}{100-25} \times 100 \right) \% \\
 &= \left( \frac{25}{75} \times 100 \right) \% \\
 &= \frac{100}{3} \% \\
 &= 33\frac{1}{3} \% 
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13. \quad \text{બન્ને વિષયમાં નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની ટકાવારી} &= 100 - (x + y - z) \\
 &= 100 - (60 + 70 - 40) \\
 &= 10 \% 
 \end{aligned}$$

14. ધારોકે મોટી સંખ્યા =  $x$

$$\therefore x - 20 = x \text{ ના } 20\%$$

$$x - 20 = \frac{x}{5}$$

$$5x - 100 = x$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$

$\therefore$  મોટી સંખ્યા = 25

15. ધારોકે મહેશનો પગાર =  $x$  રૂ.

$$\text{શરૂઆતની બચત} = 0.20x$$

$$\text{શરૂઆતનો ખર્ચ} = x - 0.20x = 0.80x$$

$$\text{ખર્ચમાં થતો } 20\% \text{ વધારો = } 0.20 \times 0.80x$$

$$= 0.16x$$

$$\text{નવો ખર્ચ} = 0.80x + 0.16x$$

$$= 0.96x$$

$$\text{બચત} = x - 0.96x$$

$$= 0.04x$$

$$0.04x \text{ બચત હોય તો પગાર} = x \text{ રૂ.}$$

$\therefore$  200 રૂ. બચત હોય તો પગાર = ?

$$\frac{x \times 200}{0.04x} = 5000 \text{ રૂ.}$$

$\therefore$  મહેશનો પગાર 5000 રૂ. હશે.

## લ. સા. અ. અને ગુ. સા. અ.

1. 15 અને 10 નો લ.સા.અ. શોધો.

2	15 - 10
3	15 - 5
5	5 - 5
	1 - 1

$$\begin{aligned} \text{લ.સા.અ.} &= 2 \times 3 \times 5 \\ &= 30 \end{aligned}$$

2. 35 અને 45 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$$\begin{aligned} 35 &= 7 \times 5 \\ 45 &= 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

બનેમાં 5 સામાન્ય હોવાથી ગુ.સા.અ. = 5

3. 32, 35, 37 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$$\text{ગુ.સા.અ.} = 3^2$$

જ્યારે આધાર સરખા હોય અને ઘાત જુદી હોય ત્યારે ઓછી ઘાતવાળું પદ ગુ.સા.અ. અને વધારે ઘાતવાળું પદ લ.સા.અ. થાય.

4. 53, 54, 52 નો લ.સા.અ. શોધો

$$\text{લ.સા.અ.} = 5^4$$

5. 16, 24, 36, 48 અને 56 નો લ.સા.અ. શોધો.

2	16 - 24 - 36 - 48 - 56
2	8 - 12 - 18 - 24 - 28
2	4 - 6 - 9 - 12 - 14
2	2 - 3 - 9 - 6 - 7
3	1 - 3 - 9 - 3 - 7
3	1 - 1 - 3 - 1 - 7
7	1 - 1 - 1 - 1 - 7
	1 - 1 - 1 - 1 - 1

$$\begin{aligned} \therefore \text{લ.સા.અ.} &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\ &= 1008 \end{aligned}$$

6.  $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{81}$  નો લ.સા.અ. શોધો.

$$\text{લ.સા.અ.} = \frac{2, 8, 16 \text{ નો લ.સા.અ.}}{3, 9, 81 \text{ નો ગુ.સા.અ.}} = \frac{16}{3}$$

7.  $\frac{5}{3}, \frac{7}{2}, \frac{2}{3}, \frac{11}{5}$  નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$$\text{ગુ.સા.અ.} = \frac{5, 7, 2, 11 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{3, 2, 3, 5 \text{ નો લ.સા.અ.}} = \frac{1}{30}$$

8. બે સંખ્યાનો ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. અનુક્રમે 5 અને 60 છે. જો તેમાની એક સંખ્યા 15 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.

$$\text{પહેલી સંખ્યા} \times \text{બીજી સંખ્યા} = \text{લ.સા.અ.} \times \text{ગુ.સા.અ.}$$

$$\begin{aligned}\text{બીજી સંખ્યા} &= \frac{60 \times 5}{15} \\ &= 20\end{aligned}$$

9. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 7:5 છે. જો તેમનો ગુ.સા.અ. 11 હોય તો બૃત્તે સંખ્યાઓ શોધો.

બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 7:5 છે.

$$\text{ધારોકે પહેલી સંખ્યા} = 7x$$

$$\text{બીજી સંખ્યા} = 5x$$

$$\text{તેનો ગુ.સા.અ.} = x \text{ થાય}$$

$$\therefore x = 11$$

$$\therefore \text{પહેલી સંખ્યા} = 7x = 7 \times 11 = 77$$

$$\text{બીજી સંખ્યા} = 5x = 5 \times 11 = 55$$

10. 1.08, 0.36 અને 0.9 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$$1.08 = \frac{108}{100} = \frac{27}{25}, 0.36 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}, 0.9 = \frac{9}{10}$$

$$\begin{aligned}\text{ગુ.સા.અ.} &= \frac{\text{અંશનો ગુ.સા.અ.}}{\text{છેદનો લ.સા.અ.}} \\ &= \frac{27, 9 \text{ અને } 9 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{25, 25, \text{ અને } 10 \text{ નો લ.સા.અ.} } \\ &= \frac{9}{50} \\ &= 0.18\end{aligned}$$

11. 3, 2.7 અને 0.9 નો લ.સા.અ. શોધો.

$$3 = \frac{3}{1}, \quad 2.7 = \frac{27}{10}, \quad 0.9 = \frac{9}{10}$$

$$\text{લ.સા.અ.} = \frac{\text{અંશનો લ.સા.અ.}}{\text{છેદનો ગુ.સા.અ.}}$$

$$= \frac{3, 27 \text{ અને } 9 \text{ નો. લ.સા.અ.}}{1, 10 \text{ અને } 10 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}$$

$$= \frac{27}{1}$$

$$= 27$$

12. 12, 15, 20 અને 25 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

2	12 - 15 - 20 - 25
2	6 - 15 - 10 - 25
3	3 - 15 - 5 - 25
5	1 - 5 - 5 - 25
5	1 - 1 - 1 - 5
	1 - 1 - 1 - 1

$$\text{લ.સા.અ.} = 300$$

300ને 12, 15, 20 અને 25 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.

13. 12, 20 અને 25 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી ત્રણ આંકડાની મોટામાં મોટી સંખ્યા શોધો.

2	12 - 20 - 25
2	6 - 10 - 25
3	3 - 5 - 25
5	1 - 5 - 25
5	1 - 1 - 5
	1 - 1 - 1

$$\therefore \text{લ.સા.અ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \\ = 300$$

ત્રણ આંકડાની મોટામાં મોટી સંખ્યા 999 છે. જેને 300 વડે ભાગતા શેષ 99 વધે.

$$\therefore \text{મોટામાં મોટી સંખ્યા} = 999 - 99 = 900$$

14. 8, 9 અને 12 વડે ભાગતા 3 શેખ વધે તેવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

2	8 - 9 - 12
2	4 - 9 - 6
2	2 - 9 - 3
3	1 - 9 - 3
3	1 - 3 - 1
	1 - 1 - 1

$$\text{લ.સા.અ.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ = 72$$

$$\therefore \text{સંખ્યા} = \text{લ.સા.અ.} + \text{શેખ} \\ = 72 + 3 \\ = 75$$

15. 210, 350 અને 490 ને ભાગતા અનુક્રમે 3, 5 અને 7 શેખ વધે તેવી મોટામાં મોટી સંખ્યા શોધો.

$$\text{સંખ્યા} = (210 - 3), (350 - 5) (490 - 7) \text{ નો ગુ.સા.અ.} \\ = 207, 345 \text{ અને } 483 \text{ નો ગુ.સા.અ.} \\ = 69$$

$\therefore$  210, 350 અને 490 ને 69 વડે ભાગતા અનુક્રમે શેખ 3, 5 અને 7 વધે.

16. 4-7, 4-8, 4-15, 4-13 નો. ગુ.સા.અ. શોધો.

$$-7 > -8 > -13 > -15 \text{ હોવાથી સૌથી નાની ઘાત } -15 \text{ છે.} \\ \therefore \text{ગુ.સા.અ.} = 4^{-15}$$

17. 270, 900 અને 180 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પહેલા 270 અને 180 નો ગુ.સા.અ.

$$180) 270(1 \\ \underline{180} \\ 90) 180(2 \\ \underline{180} \\ 000$$

$\therefore$  270 અને 180 નો ગુ.સા.અ. 90 છે.

હવે 90 અને 900 નો ગુ.સા.અ.

$$90) 900(10 \\ \underline{90} \\ 000$$

$$\therefore \text{ગુ.સા.અ.} = 90$$

18. 72 અને 132 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

72) 132 (1

$$\begin{array}{r} 72 \\ 60 ) 72 ( 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 12 ) 60 ( 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 00 \end{array}$$

$$\therefore \text{ગુ.સા.અ.} = 12$$

19. 1365, 1560 અને 1755 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પ્રથમ 1365 અને 1560 નો ગુ.સા.અ.

1365) 1560 (1

$$\begin{array}{r} 1365 \\ 195 ) 1365 ( 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1365 \\ 0000 \end{array}$$

હવે 195 અને 1755 નો ગુ.સા.અ.

195) 1755 (9

$$\begin{array}{r} 1755 \\ 0000 \end{array}$$

$$\therefore \text{ગુ.સા.અ.} = 195$$

20.  $\frac{54}{9}, 3\frac{9}{17}$  અને  $\frac{36}{51}$  નો લ.સા.અ. શોધો.

$$\frac{54}{9} = \frac{6}{1}, 3\frac{9}{17} = \frac{60}{17}, \frac{36}{51} = \frac{12}{17}$$

$$\text{લ.સા.અ.} = \frac{6, 60 \text{ અને } 12 \text{ નો લ.સા.અ.}}{1, 17 \text{ અને } 17 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}$$

$$= \frac{60}{1}$$

$$= 60$$

21. 4, 5 અને 6 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી 200 થી 600 વચ્ચે કુલ કેટલી સંખ્યા હશે?

$$4, 5 \text{ અને } 6 \text{ નો લ.સા.અ.} = 60$$

200 થી 600 વચ્ચે 60 વડે નિઃશેષ ભાગી શકતી સંખ્યાઓ અનુક્રમે 240, 300, 360, 420, 480, 540 એમ કુલ 6 સંખ્યા છે.

### પ્રેક્ટિસ

1. 16, 24, 36 અને 54નો લ.સા.અ. શોધો.
2. 15, 25 અને 35 નો ગુ.સા.અ. શોધો.
3.  $5^4, 5^3, 5^8$ , અને  $5^2$  નો ગુ.સા.અ. શોધો.
4. 108, 288 અને 360 નો ગુ.સા.અ. શોધો.
5.  $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{81}$  અને  $\frac{10}{27}$  નો ગુ.સા.અ. શોધો.
6. 0.6, 9.6 અને 0.36 નો લ.સા.અ. શોધો.
7. 0.63, 1.05 અને 2.1 નો ગુ.સા.અ. શોધો.
8. બે સંખ્યાનો ગુ.સા.અ. 11 અને લ.સા.અ. 693 છે તો તેમાંની એક સંખ્યા 33 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.
9. એવી સંખ્યા શોધો કે જેને 6, 8, 9 અને 12 વડે ભાગતા શેષ 1 વધે.
10. ત્રણ સંખ્યાનો ગુણોત્તર 1:2:3 હોય અને તેમનો ગુ.સા.અ. 12 હોય તો તે ત્રણેય સંખ્યાઓ શોધો.
11. બે સંખ્યાનો ગુણોત્તર 3:4 છે. જે તેમનો ગુ.સા.અ. 5 હોય તો લ.સા.અ. શોધો.
12. એવી સંખ્યા શોધો કે જેના વડે 62, 132 અને 237 ને ભાગતા સરખી શેષ વધે.
13. 16, 24, 36 અને 54 વડે ભાગી શકાય તેવી પાંચ આંકડાની નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

### જવાબો

1.	2   16 - 24 - 36 - 54
	2   8 - 12 - 18 - 27
	2   4 - 6 - 9 - 27
	2   2 - 3 - 9 - 27
	3   1 - 3 - 9 - 27
	3   1 - 1 - 3 - 9
	3   1 - 1 - 1 - 3
	1 - 1 - 1 - 1

$$\text{લ.સા.અ.} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 432$$

$$2. \quad 15 = 5 \times 3, \quad 25 = 5 \times 5, \quad 35 = 7 \times 5$$

$$\text{ગુ.સા.અ.} = 5$$

$$3. \quad \text{ગુ.સા.અ.} = 5^2$$

$$4. \quad 108 = 2^2 \times 3^3, \quad 288 = 2^5 \times 3^2, \quad 360 = 2^3 \times 5 \times 3^2$$

$$\text{ગુ.સા.અ.} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

5. ગુ.સા.અ. =  $\frac{2, 8, 16, \text{ અને } 10 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{3, 9, 81 \text{ અને } 27 \text{ નો લ.સા.અ.}}$

$$= \frac{2}{81}$$

6.  $\frac{6}{10}, \frac{96}{10}, \frac{36}{100}$

લ.સા.અ. =  $\frac{6, 96 \text{ અને } 36 \text{ નો લ.સા.અ.}}{10, 10 \text{ અને } 100 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}$

$$= \frac{288}{10}$$

$$= 28.8$$

7.  $\frac{63}{100}, \frac{105}{100}, \frac{21}{10}$  નો ગુ.સા.અ.

ગુ.સા.અ. =  $\frac{63, 105 \text{ અને } 21 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{100, 100 \text{ અને } 10 \text{ નો લ.સા.અ.}}$

$$= \frac{21}{100}$$

$$= 0.21$$

8. બે સંખ્યાનો ગુણકાર = લ.સા.અ.  $\times$  ગુ.સા.અ.

$$33 \times x = 693 \times 11$$

$$x = \frac{693}{33} \times 11$$

$$x = 231$$

9. સંખ્યા =  $(6, 8, 9 \text{ અને } 12 \text{ નો લ.સા.અ.}) + 1$

2	6 - 8 - 9 - 12
2	3 - 4 - 9 - 6
2	3 - 2 - 9 - 3
3	3 - 1 - 9 - 3
3	1 - 1 - 3 - 1
	1 - 1 - 1 - 1

$$\text{લ.સા.અ.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= 72$$

$$\text{સંખ્યા} = 72 + 1 = 73$$

10. ત્રણ સંખ્યાનો ગુણોત્તર = 1:2:3

ધારો કે પહેલી સંખ્યા =  $x$

બીજી સંખ્યા =  $2x$

તૃજી સંખ્યા =  $3x$

∴ ગુ.સા.અ. =  $x$

$$x = 12$$

$$2x = 24$$

$$3x = 36$$

સંખ્યાઓ 12, 24, અને 36 છે.

11. ધારો કે એક સંખ્યા =  $3x$

બીજી સંખ્યા =  $4x$

ગુ.સા.અ. =  $x$

$$x = 5$$

$$\text{એક સંખ્યા} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{બીજી સંખ્યા} = 4 \times 5 = 20$$

∴ 15 અને 20 નો લ.સા.અ. = 60

12. સંખ્યા =  $(132 - 62), (237 - 132)$  અને  $(237 - 62)$  નો ગુ.સા.અ.

= 70, 105 અને 175 નો ગુ.સા.અ.

= 35

13. 16, 24, 36 અને 54 નો લ.સા.અ = 432

10000 કે જે પાંચ આંકડાની નાનામાં નાની સંખ્યા છે કે જેને 432 વડે ભાગતા 64 શેષ વધે.

∴  $10000 + 432 - 64 = 10368$

## સાદુ વ્યાજ

આપણો બેન્ક (અથવા કોઈ પેઢી અથવા વ્યક્તિ)ને 100 રૂ. આપીએ અને એક વર્ષને અંતે તે આપણાને આપણા 100 રૂ. અને ઉપરાંત જે રકમ આપે તે રકમને વ્યાજ કહે છે. 100રૂ.ને મુદ્દલ કહેવાય છે. સમયગાળો 1 વર્ષને મુદ્દત કહેવાય છે. અને 100 રૂ. ઉપર જેટલી રકમ આપે તેને ટકા કહેવાય.

$$\text{સુત્ર: } I = \frac{PRN}{100} \quad \begin{aligned} \text{જ્યા I} &= \text{વ્યાજ} \\ P &= \text{મુદ્દલ} \\ R &= ટકા \\ N &= વર્ષ \end{aligned}$$

$$\text{વ્યાજમુદ્દલ} = \text{મુદ્દલ} + \text{વ્યાજ એટલેકે} A = P+I$$

1. રૂ.500નું 10% લેખે 3 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ શોધો.

$$\begin{aligned} I &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{500 \times 10 \times 3}{100} \\ &= 150 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

2. રૂ.6000નું 12% લેખે કેટલા વર્ષમાં સાદુ વ્યાજ રૂ.2880 થાય?

$$\begin{aligned} I &= \frac{PRN}{100} \\ 2880 &= \frac{6000 \times 12 \times N}{100} \\ N &= \frac{2880 \times 100}{6000 \times 12} \\ \therefore N &= 4 \end{aligned}$$

3. રૂ.5200નું 2 વર્ષમાં કેટલા ટકા લેખે સાદુ વ્યાજ રૂ.624 થાય?

$$\begin{aligned} I &= \frac{PRN}{100} \\ 624 &= \frac{5200 \times R \times 2}{100} \\ R &= \frac{624 \times 100}{5200 \times 2} \\ R &= 6 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{વ્યાજનોદર} = 6\%$$

4. કઈ રકમનું 4% લેખે 3 વર્ષમાં સાદુ વ્યાજ રૂ.600 થાય?

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$600 = \frac{P \times 4 \times 3}{100}$$

$$P = \frac{600 \times 100}{4 \times 3}$$

$$P = 5000$$

$$\therefore \text{મુદ્દલ} = 5000 \text{ રૂ.}$$

5. એક રકમનું સાદા વ્યાજે 2 વર્ષમાં વ્યાજમુદ્દલ રૂ.525 થાય છે અને 5 વર્ષમાં વ્યાજમુદ્દલ રૂ.600 થાય છે તો 8 વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ કેટલા રૂપીયા થાય?

$$\text{ધારોકે 2 વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ} = 525 \text{ રૂ.}$$

$$5 \text{ વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ} = 600 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore \text{ત્રણ વર્ષને અંતે વ્યાજ} = 75 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore \text{એક વર્ષનું વ્યાજ} = \frac{75}{3} = 25 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 8 \text{ વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ} = 25 \times 8 = 200 \text{ રૂ.}$$

6. A રૂ.600, 5% લેખે અને રૂ.800, 4% લેખે સાદા વ્યાજે બેન્કમાં મૂકે છે તો 5 વર્ષને અંતે મળતું સાદુ વ્યાજ શોધો.

$$\begin{aligned} \text{600 રૂ.નું 5% લેખે 5 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ} &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{600 \times 5 \times 5}{100} \\ &= 150 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{800 રૂ.નું 4% લેખે 5 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ} &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{800 \times 4 \times 5}{100} \\ &= 160 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

$$\therefore A \text{ ને } 5 \text{ વર્ષને અંતે કુલ વ્યાજ } 150 + 160 = 310 \text{ રૂ. મળે.}$$

7. રૂ.500નું 4 વર્ષને અંતે વ્યાજમુદ્દલ રૂ. 660 થાય છે. જો 2% વધારે વ્યાજે મૂકવામાં આવે તો 5 વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ શોધો.

$$\text{રૂ.500નું 4 વર્ષને અંતે વ્યાજમુદ્દલ} = 660$$

$$\therefore 4 \text{ વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ} = 160$$

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$160 = \frac{500 \times R \times 4}{100}$$

$$R = \frac{160 \times 100}{4 \times 500}$$

$$R = 8\%$$

2% વધારે વ્યાજે મૂકવામાં આવે એટલે કે વ્યાજનો દર =  $8 + 2 = 10\%$  થાયતો

$$\begin{aligned} I &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{500 \times 10 \times 5}{100} \\ &= 250 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

8. એક રકમ 5% ના દરે 4 વર્ષમાં રૂ. 2040 થાયતો મુદ્દલ શોધો.

ધારોકે મુદ્દલ = 100 રૂ.

$$\begin{aligned} I &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{100 \times 5 \times 4}{100} \end{aligned}$$

$$I = 20$$

$$\begin{aligned} \text{વ્યાજ મુદ્દલ} &= 100 + 20 \\ &= 120 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

120 રૂ. વ્યાજ મુદ્દલ હોયતો મુદ્દલ = 100 રૂ.

$\therefore$  2040 રૂ. વ્યાજ મુદ્દલ હોયતો મુદ્દલ = ?

$$\begin{aligned} \text{મુદ્દલ} &= \frac{100 \times 2040}{120} \\ &= 1700 \end{aligned}$$

$\therefore$  મુદ્દલ 1700 રૂ. હશે.

### Short cut

$$\begin{aligned} P &= \frac{100 \times A}{100 + rxt} \\ &= \frac{100 \times 2040}{100 + 5 \times 4} \\ &= \frac{100 \times 2040}{120} \\ &= 1700 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

9. મહેશ એક રકમ 3% લેખે 2 વર્ષ માટે, ત્યારબાદ 6% લેખે 3 વર્ષ માટે અને પછીના વર્ષો 9% લેખે સાદા વ્યાજે મૂકે છે. જો 10 વર્ષના અંતે સાદુ વ્યાજ રૂ.3450 થાય તો મહેશે કેટલી રકમ મૂકી હશે?

ધારો કે મહેશે મૂકેલી રકમ = 100 રૂ.

$$100 \text{ રૂ.} \times 2 \text{ વર્ષનું } 3\% \text{ લેખે સાદુ વ્યાજ} = 6 \text{ રૂ.}$$

ત્યારબાદ

$$100 \text{ રૂ.} \times 3 \text{ વર્ષનું } 6\% \text{ લેખે સાદુ વ્યાજ} = 18 \text{ રૂ.}$$

$$100 \text{ રૂ.} \times 5 \text{ વર્ષનું } 9\% \text{ લેખે સાદુ વ્યાજ} = 45 \text{ રૂ.}$$

$$\text{કુલ } 10 \text{ વર્ષનું \ વ્યાજ} = 6 + 18 + 45 = 69 \text{ રૂ.}$$

$$69 \text{ રૂ.} \text{ વ્યાજ હોય તો મુદ્દલ} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 3450 \text{ વ્યાજ હોય તો મુદ્દલ} = ?$$

$$\text{મુદ્દલ} = \frac{100 \times 3450}{69}$$

$$= 5000 \text{ રૂ.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{મુદ્દલ} &= \frac{100 \times I}{t_1 r_1 + t_2 r_2 + t_3 r_3} \\ &= \frac{100 \times 3450}{(2)(3) + (3)(6) + (5)(9)} \\ &= \frac{100 \times 3450}{6 + 18 + 45} \\ &= 5000 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

10. એક રકમ 10 વર્ષો સાદા વ્યાજે બમણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.

ધારો કે રકમ = 100 રૂ.

10 વર્ષના અંતે બમણી એટલે કે રૂ.200 થાય અને વ્યાજ = 100 રૂ. થાય.

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$100 = \frac{100 \times R \times 10}{100}$$

$$R = \frac{100 \times 100}{100 \times 10}$$

$$R = 10$$

$\therefore 10\% \text{ ના દરે રકમ } 10 \text{ વર્ષો બમણી થાય.}$

**Short cut**

$$R = \frac{100(x-1)}{N}$$

$$\text{જ્યાં } N = 10 \text{ રૂ}$$

$$x = 2$$

$$= \frac{100(2-1)}{10}$$

$$R = 10\%$$

11. એક રકમ 10% લેખે કેટલા વર્ષમાં ચાર ગણી થાય?

ધારોકે રકમ = 100 રૂ.

ચાર ગણી એટલે કે રૂ.400 થાય.

$$\therefore \text{વાજ} = 400 - 100 = 300 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore I = \frac{PRN}{100}$$

$$300 = \frac{100 \times 10 \times N}{100}$$

$$N = 30$$

∴ એક રકમ 10% લેખે 30 વર્ષમાં ચાર ગણી થાય.

**Shortcut**

$$N = \frac{100(x-1)}{R}$$

$$= \frac{100(4-1)}{10}$$

$$N = 30$$

12. જો એક રકમ 7 વર્ષમાં બમળી થાય તો તે કેટલા વર્ષમાં ત્રણ ગણી થાય?

$$R = \frac{100(x-1)}{N}$$

$$= \frac{100 \times (2-1)}{7}$$

$$= \frac{100}{7}$$

હવે કેટલા વર્ષના અંતે રકમ ત્રણ ગણી થાય તે શોધવાનું છે.

$$N = \frac{100(x-1)}{R}$$

$$= \frac{100 \times (3-1)}{100/7}$$

$$= \frac{100(2)(7)}{100}$$

$$= 14$$

∴ 14 વર્ષનાંથે રકમ ગણી થાય.

**Short cut**

$$N = \frac{b-1}{a-1} \times T$$

$$= \frac{3-1}{2-1} \times 7$$

$$= \frac{2 \times 7}{1}$$

$$= 14 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{જ્યાં } b = 3 \\ a = 2 \\ T = 7$$

આ પ્રકારના દાખલા ગણતરી વગર પણ થઈ શકે જેમકે જો રકમ બમણી 7 વર્ષમાં થાય તો....  
ત્રણ ગણી 14 વર્ષમાં થાય  
ચાર ગણી 21 વર્ષમાં થાય  
પાંચ ગણી 28 વર્ષમાં થાય.

13. એક રકમ 2 વર્ષ માટે સાધા વ્યાજે મૂકવામાં આવે છે. જો 3% વધારે વ્યાજે રકમ મૂકી હોત તો રૂ. 300 વધારે વ્યાજ મળે તો મૂકેલી રકમ શોધો.

ધારોકે મૂકેલી રકમ = P રૂ.

$$\therefore \text{વ્યાજ } I_1 = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{P \times R \times 2}{100}$$

$$I_1 = \frac{2PR}{100}$$

જ્યાં 3% વધારે હોય તો વ્યાજનો દર (R + 3)% થાય તેથી મળતું વ્યાજ

$$I_2 = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{P \times (R+3) \times 2}{100}$$

$$= \frac{2P(R+3)}{100}$$

બસે વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત 300 રૂ. છે.

$$\therefore 300 = \frac{2P(R+3)}{100} - \frac{2PR}{100}$$

$$300 = \frac{2P(R+3) - 2PR}{100}$$

$$300 = \frac{2PR + 6P - 2PR}{100}$$

$$6P = 30000$$

$$P = \frac{30000}{6}$$

$$P = 5000$$

$$\therefore \text{મુદ્દલ} = 5000 \text{ રૂ.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned} P &= \frac{\text{વાજનો તફાવત} \times 100}{N \times \text{ટકાનો તફાવત}} \\ &= \frac{300 \times 100}{2 \times 3} \\ &= 5000 \end{aligned}$$

14. રમેશ એક રકમ 5% લેખે 4 વર્ષ માટે અને મહેશ 6% લેખે 3 વર્ષ માટે સાદા વાજે મૂકે છે. જો બસે વર્ચ્યેના સાદા વાજનો તફાવત રૂ.400 હોય તો તે રકમ શોધો.

ધારોકે રમેશ અને મહેશે મુકેલી રકમ = 100 રૂ.

$$\begin{aligned} \text{રમેશને મળતું વાજ} &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{100 \times 5 \times 4}{100} \\ &= 20 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{મહેશને મળતું વાજ} &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{100 \times 6 \times 3}{100} \\ &= 18 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

$$\text{તફાવત} = 20 - 18 = 2 \text{ રૂ.}$$

$$2 \text{ રૂ. વાજનો તફાવત હોય તો મુદ્દલ} = 100$$

$$\therefore 400 \text{ રૂ. વાજનો તફાવત હોય તો મુદ્દલ} = ?$$

$$\frac{100 \times 400}{2} = 20,000 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore \text{વાજે મુકેલી રકમ} = 20,000 \text{ રૂ.}$$

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{100 \times I}{r_1 N_1 - r_2 N_2} \\
 &= \frac{100 \times 400}{(5 \times 4) - (6 \times 3)} \\
 &= 20,000
 \end{aligned}$$

15. A રૂ.6000 B ને 2 વર્ષ માટે અને રૂ.1500 C ને 4 વર્ષ માટે બાજે આપે છે અને બતે પાસેથી કુલ રૂ.900 સાદું બાજ મળે તો બાજનો દર શોધો.

$$\text{રૂ.6000 } 2 \text{ વર્ષ માટે} = \text{રૂ.12000 } 1 \text{ વર્ષ માટે}$$

$$\text{રૂ.1500 } 4 \text{ વર્ષ માટે} = \text{રૂ.6000 } 1 \text{ વર્ષ માટે}$$

$$\text{બાજ} = 900 \text{ રૂ.}$$

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$900 = \frac{18000 \times R \times 1}{100}$$

$$R = 5\% \quad \therefore \text{બાજનો દર } 5\% \text{ હશે.}$$

16. એક વ્યક્તિ એક રકમ 4% લેખે 8 વર્ષ માટે સાદા બાજે આપે છે. તેને મળતું બાજ તે મુદ્દલ કરતા રૂ.3400 ઓછું હોય તો મુદ્દલ શોધો.

$$\text{ધારોકે મુદ્દલ} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{100 \times 4 \times 8}{100}$$

$$= 32 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 100 - 32 = 68 \text{ રૂ.}$$

$$68 \text{ રૂ. મુદ્દલ કરતા ઓછા હોય તો મુદ્દલ} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 3400 \text{ મુદ્દલ કરતા ઓછા હોય તો મુદ્દલ} = ?$$

$$\frac{100 \times 3400}{68} = 5000$$

$$\therefore \text{મુદ્દલ} = 5000 \text{ રૂ.}$$

**Short cut**

$$\text{મુદ્દલ} = \frac{100}{100 - (N)(R)} \times \text{તરફાવત} = \frac{100 \times 3400}{68} = 5000 \text{ રૂ.}$$

$$= \frac{100}{100 - 8 \times 4} \times 3400$$

### પ્રક્રિયા

- રૂ. 850નું 4% લેખે 5 વર્ષનું સાદું વ્યાજ શોધો.
- રૂ. 16250નું 73 દિવસનું વ્યાજ રૂ. 260 થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.
- રૂ. 12000નું 5% લેખે કેટલા વર્ષે વ્યાજ રૂ. 2400 થાય?
- કઈ રકમનું 4% લેખે 5 વર્ષમાં વ્યાજ રૂ. 1200 થાય?
- સાદા વ્યાજે મૂકેલી રકમ 3 વર્ષને અંતે રૂ. 750 થાય અને 5 વર્ષને અંતે રૂ. 900 થાય તો 9 વર્ષને અંતે સાદું વ્યાજ કેટલા રૂપીયા હશે?
- એક રકમ 15 વર્ષમાં ચાર ગણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.
- એક રકમ 12% ના દરે કેટલા વર્ષમાં ચાર ગણી થાય?
- રમેશ રૂ. 50000, 4% લેખે 3 વર્ષ માટે સાદા વ્યાજે મૂકે છે. 3 વર્ષ બાદ મળતી રકમના 3% ડોનેશન આપે છે તો તેણે કેટલી રકમ ડોનેશન આપી હશે?
- A રૂ. 5000 અમુક ટકા લેખે 2 વર્ષ માટે B ને આપે છે. જ્યારે રૂ. 3000 તેટલા જ ટકા લેખે 4 વર્ષ માટે C ને આપે છે. જો બજેનું કુલ સાદું વ્યાજ રૂ. 2200 મળે તો વ્યાજનો દર શોધો.
- એક રકમનું 10% લેખે 5 વર્ષનું સાદું વ્યાજ તે મુદ્દલ કરતા 3000 રૂ. ઓછા હોય તો મુદ્દલ શોધો.

### જવાબો

- $$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{850 \times 4 \times 5}{100}$$

$$= 170$$

- $$I = \frac{PRN}{100}$$

$$260 = \frac{16250 \times R \times 73}{100 \times 365}$$

$$8 = R$$

$$\therefore \text{વ્યાજનો દર} = 8\%$$

$$3. \quad I = \frac{PRN}{100}$$

$$2400 = \frac{12000 \times 5 \times N}{100}$$

$$N = 4$$

$$4. \quad I = \frac{PRN}{100}$$

$$1200 = \frac{P \times 4 \times 5}{100}$$

$$P = 6000$$

$$5. \quad 3 \text{ વર્ષને અંતે વ્યાજ મુદ્દલ} = 750 \text{ રૂ.}$$

$$5 \text{ વર્ષને અંતે વ્યાજ મુદ્દલ} = 900 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 2 \text{ વર્ષનું વ્યાજ} = 150 \text{ રૂ.}$$

$$1 \text{ વર્ષનું વ્યાજ} = 75 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 9 \text{ વર્ષનું વ્યાજ} = 75 \times 9 = 675 \text{ રૂ.}$$

$$6. \quad R = \frac{100(x-1)}{N}$$

$$R = \frac{100(4-1)}{15}$$

$$R = \frac{100 \times 3}{15}$$

$$R = 20$$

$$7. \quad N = \frac{100(x-1)}{12}$$

$$= \frac{100(4-1)}{12}$$

$$= \frac{100 \times 3}{12}$$

$$= 25 \text{ વર્ષ}$$

$$8. \quad A = P \left( \frac{100+rN}{100} \right)$$

$$= 50000 \left( \frac{100+4 \times 3}{100} \right)$$

આપી ગણિત : 50 :

$$= 56000 \text{ ₹.}$$

$$\text{આપેલ હોનેશન} = 56000 \times \frac{3}{100} = 1680$$

9. ધારોકે વ્યાજનો દર = r%

$$\frac{5000 \times 2 \times r}{100} + \frac{3000 \times 4 \times r}{100} = 2200$$

$$100r + 120r = 2200$$

$$220r = 2200$$

$$r = 10$$

$$\therefore \text{વ્યાજનો દર} = 10\%$$

10. ધારોકે મુદ્દલ = 100 રૂ.

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{100 \times 10 \times 5}{100}$$

$$= 50 \text{ રૂ.}$$

$$100 - 50 = 50 \text{ રૂ.}$$

રૂ. 50 મુદ્દલ કરતા ઓછા હોય તો મુદ્દલ = 100

$\therefore$  રૂ. 3000 મુદ્દલ કરતા ઓછા હોય તો મુદ્દલ = ?

$$\frac{100 \times 3000}{50} = 6000 \text{ રૂ.}$$

## ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ

- ધારોકે 1000 રૂ. 2 વર્ષ માટે 10% ના ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ મૂકવામાં આવે અને વ્યાજ વાર્ષિક ધોરણો ગણાતું હોય તો પ્રથમ 1000 રૂ.નું 1 વર્ષનું 10% લેખે વ્યાજ 100 રૂ. થાય. આમ પ્રથમ વર્ષને અંતે  $1000 + 100 = 1100$  રૂ. વ્યાજમુદ્દલ તે બીજા વર્ષનું મુદ્દલ ગણાય. આમ 1100 રૂ.નું 10% લેખે વ્યાજ 110 રૂ. થાય. આમ પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ 100 રૂ. અને બીજા વર્ષનું વ્યાજ 110 રૂ. એમ 210 રૂ. ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ ગણાય.
- ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ વાર્ષિક, અર્ધવાર્ષિક, ત્રિમાસિક પણ ગણાય છે.
- જો વ્યાજમુદ્દલ A, મુદ્દલ P, ટકા R અને વર્ષ N, હોય તો

$$N \text{ વર્ષના અંતે વ્યાજમુદ્દલ} = A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

- જ્યારે ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ અર્ધવાર્ષિક ગણવામાં આવે ત્યારે

$$A = P \left(1 + \frac{R/2}{100}\right)^{2N}$$

- જ્યારે ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ ત્રિમાસિક ગણવામાં આવે ત્યારે

$$A = P \left(1 + \frac{R/4}{100}\right)^{4N}$$

- જ્યારે ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ 2 વર્ષ અને 9 માસનું ગણવામાં આવે ત્યારે

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{3R/4}{100}\right)$$

- જ્યારે પ્રથમ વર્ષ વ્યાજનો ટકા R<sub>1</sub>, બીજા વર્ષ R<sub>2</sub> અને ત્રીજા વર્ષ R<sub>3</sub> હોય તો

$$A = P \left(1 + \frac{R_1}{100}\right) \left(1 + \frac{R_2}{100}\right) \left(1 + \frac{R_3}{100}\right)$$

### શાહી

- રૂ.6000નું 10% લેખે 2 વર્ષનું ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ શોધો.

$$\begin{aligned} A &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \\ &= 6000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \\ &= 6000 \left(\frac{110}{100}\right) \left(\frac{110}{100}\right) \\ &= 7260 \end{aligned}$$

ચ. વ્યાજ = વ્યાજમુદ્દલ - મુદ્દલ

$$= 7260 - 6000$$

$$= 1260 \text{ રૂ.}$$

2. રૂ. 10,000 નું 5% લેખે કેટલા વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ રૂ. 1025 થાય?

ચ. વ્યાજ = વ્યાજમુદ્દલ - મુદ્દલ

$$1025 = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N - P$$

$$1025 = 10000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^N - 10000$$

$$\frac{11025}{10000} = \left(\frac{105}{100}\right)^N$$

$$\frac{441}{400} = \left(\frac{21}{20}\right)^N$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^2 = \left(\frac{21}{20}\right)^N$$

$$N = 2$$

∴ 2 વર્ષના અંતે ચકવૃધ્યિ વ્યાજ રૂ. 1025 થાય.

3. રૂ. 15000 નું 20% લેખે 2 વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ શોધો. (વ્યાજ દર છ માસે ઉમેરાય છે.)

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 15000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^4 \quad (\text{વ્યાજ દર છ માસે ઉમેરાય છે} \therefore R=10, N=4)$$

$$= 15000 \left(\frac{110}{100}\right) \left(\frac{110}{100}\right) \left(\frac{110}{100}\right) \left(\frac{110}{100}\right)$$

$$= 21961.50$$

$$\text{ચ. વ્યાજ} = 21961.50 - 15000$$

$$= 6961.50 \text{ રૂ.}$$

4. રૂ. 16000 નું 20% લેખે 9 માસનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ શોધો. (વ્યાજ દર ત્રણ માસે ઉમેરાય છે.)

વ્યાજ દર ત્રણ માસે ઉમેરવાનું હોવાથી  $\frac{R}{4} = 5$  અને  $N=3$  થાય

$$A = 16000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 16000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$= 18522$$

$$\text{ચ.વ્યાજ} = 18522 - 16000$$

$$= 2522 \text{ રૂ.}$$

5. રૂ.24000નું 15%લેખે 2 વર્ષ અને 4 માસનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ શોધો.

$$A = 24000 \left(1 + \frac{15}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{1/3(15)}{100}\right)$$

$$= 24000 \left(\frac{115}{100}\right) \left(\frac{115}{100}\right) \left(\frac{105}{100}\right)$$

$$= 24000 \left(\frac{23}{20}\right) \left(\frac{23}{20}\right) \left(\frac{21}{20}\right)$$

$$= 33327$$

$$\therefore \text{ચ.વ્યાજ} = 33327 - 24000$$

$$= 9327 \text{ રૂ.}$$

6. કઈ રકમનું 10%લેખે 3 વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ 662 રૂ. થાય?

$$\text{ચકવૃધ્યિ વ્યાજ} = A - P$$

$$662 = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N - P$$

$$662 = P \left[ \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 - 1 \right]$$

$$662 = P \left[ \left(\frac{110}{100}\right)^3 - 1 \right]$$

$$662 = P \left[ \left(\frac{11}{10}\right)^3 - 1 \right]$$

$$662 = P \left[ \left(\frac{1331}{1000}\right) - 1 \right]$$

$$662 = P \left( \frac{1331 - 1000}{1000} \right)$$

$$662000 = P(331)$$

$$2000 = P$$

$$\therefore \text{મુદ્દા} = 2000 \text{ રૂ.}$$

7. કઈ રકમનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજના દરે પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ 480 રૂ. અને બીજા વર્ષનું વ્યાજ 518.40 રૂ. થાય?

પ્રથમ વર્ષનું સાદુ વ્યાજ અને ચકવૃધ્યિ વ્યાજ સરખુ હોય છે.

બીજા વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ = પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ + પ્રથમ વર્ષના વ્યાજના R% લેખે વ્યાજ

$$518.4 = 480 + 480 \text{ નું } R\% \text{ લેખે વ્યાજ}$$

$$38.4 = 480 \text{ નું } R\% \text{ લેખે વ્યાજ}$$

$$38.4 = \frac{480 \times R \times 1}{100}$$

$$R = \frac{384}{48}$$

$$R = 8$$

$$\text{મુદ્દા (P)} = \frac{I \times 100}{R \times N}$$

$$= \frac{480 \times 100}{8 \times 1}$$

$$= 6000$$

∴ મુદ્દા 6000 રૂ. હશે.

8. કઈ રકમનું 2 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ 100 રૂ અને ચકવૃધ્યિ વ્યાજ 104 રૂ. થાય?

2 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = 100 રૂ.

1 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = 50 રૂ.

એટલે 1 વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ = 50 રૂ.

બીજા વર્ષનું ચ.વ્યાજ = 104 - 50 = 54 રૂ.

બીજા વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ = પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ + પ્રથમ વર્ષના વ્યાજ પર R% વ્યાજ

$$54 = 50 + 50 \text{ પર } R\% \text{ વ્યાજ}$$

$$4 = 50 \text{ પર } R\% \text{ વ્યાજ}$$

$$4 = \frac{50 \times R \times 1}{100}$$

$$R = 8$$

$$P = \frac{I \times 100}{R \times N}$$

$$= \frac{50 \times 100}{8 \times 1}$$

$$= 625 \text{ રૂ.}$$

### Short cut

$$R = \frac{2 \times \text{ચક્કવૃધ્યિ વ્યાજ અને સાદુ વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત}}{\text{સાદુ વ્યાજ}} \times 100 \quad (\text{ફક્ત બે વર્ષ માટે})$$

$$= \frac{2 \times 4 \times 100}{100}$$

$$= 8\%$$

$$P = \frac{50 \times 100}{8 \times 1} = 625$$

9. જો ચક્કવૃધ્યિ વ્યાજ અને સાદુ વ્યાજ વચ્ચેનો 5% લેખે 2 વર્ષનો તફાવત 150 રૂ. હોય તો મુદ્દલ શોધો.

$$\text{ધારોકે મુદ્દલ} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$1 \text{ વર્ષનું } 5\% \text{ લેખે વ્યાજ} = 5 \text{ રૂ.}$$

$$\text{બીજા વર્ષનું મુદ્દલ} = 100 + 5 = 105 \text{ રૂ.}$$

$$105 \text{ રૂ. } . \text{નું } 5\% \text{ લેખે વ્યાજ} = \frac{105 \times 5}{100}$$

$$= 5.25 \text{ રૂ.}$$

$$\text{બે વર્ષનું ચક્કવૃધ્યિ વ્યાજ} = \text{પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ} + \text{બીજા વર્ષનું વ્યાજ}$$

$$= 5 + 5.25$$

$$= 10.25 \text{ રૂ.}$$

$$\text{જ્યારે બે વર્ષનું સાદુ વ્યાજ} = \frac{100 \times 5 \times 2}{100}$$

$$= 10 \text{ રૂ.}$$

$$\text{તફાવત} = 10.25 - 10$$

$$= 0.25 \text{ રૂ.}$$

$$0.25 \text{ રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$150 \text{ રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ} = ?$$

$$\text{મુદ્દલ} = \frac{150 \times 100}{0.25}$$

$$= 60000 \text{ રૂ.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{મુદ્દલ (P)} &= \text{તફાવત} \left( \frac{100}{r} \right)^2 \quad (\text{ફક્ત બે વર્ષ માટે}) \\
 &= 150 \left( \frac{100}{5} \right)^2 \\
 &= 150 \times 20 \times 20 \\
 &= 60000 રૂ.
 \end{aligned}$$

10. રૂ. 15000નો 10% લેખે 2 વર્ષનો ચકવૃધી વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત કેટલા રૂપીયા થાય?

સાદુ વ્યાજ:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{PRN}{100} \\
 &= \frac{15000 \times 10 \times 2}{100} \\
 &= 3000 રૂ.
 \end{aligned}$$

ચકવૃધી વ્યાજ:

$$\begin{aligned}
 A &= P \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^N \\
 &= 15000 \left( 1 + \frac{10}{100} \right)^2 \\
 &= 15000 \left( \frac{11}{10} \right) \left( \frac{11}{10} \right) \\
 &= 18150
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ચકવૃધી વ્યાજ} &= 18150 - 15000 \\
 &= 3150 રૂ.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{તફાવત} &= \text{ચકવૃધી વ્યાજ} - \text{સાદુ વ્યાજ} \\
 &= 3150 - 3000 = 150 રૂ.
 \end{aligned}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{તફાવત} &= \text{મુદ્દલ} \left( \frac{R}{100} \right)^2 \quad (\text{ફક્ત બે વર્ષ માટે}) \\
 &= 15000 \left( \frac{10}{100} \right)^2 \\
 &= 15000 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 150 રૂ.
 \end{aligned}$$

11. કઈ રકમનું 10% લેખે 3 વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત 124 રૂ. થાય?

$$\text{ધારોકે મુદ્દલ} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$\begin{aligned} A &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \\ &= 100 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 \\ &= 100 \left(\frac{110}{100}\right) \left(\frac{110}{100}\right) \left(\frac{110}{100}\right) \\ &= 133.10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ચકવૃધ્યિ વ્યાજ} &= 133.10 - 100 \\ &= 33.10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{સાદું વ્યાજ} &= \frac{PRN}{100} \\ &= \frac{100 \times 10 \times 3}{100} \\ &= 30 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{તફાવત} &= \text{ચકવૃધ્યિ વ્યાજ} - \text{સાદું વ્યાજ} \\ &= 33.10 - 30 \\ &= 3.10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.10 \text{ રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ} &= 100 \\ \therefore 124 \text{ રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ} &=? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{100 \times 124}{3.10} \\ &= 4000 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

**Short cut**

$$\begin{aligned} \text{મુદ્દલ} &= \frac{\text{તફાવત} (100)^3}{r^2 (300+r)} \\ &= \frac{124 \times 100 \times 100 \times 100}{10 \times 10 \times (300+10)} \\ &= 4000 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

12. રૂ.5000નું 3 વર્ષનું 10% લેખે ચકવૃધ્યિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત શોધો.

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$\begin{aligned}
 &= 5000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 \\
 &= 5000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \\
 &= 6655 \\
 \therefore \text{ચક્વૃષ્ટિ વ્યાજ} &= 6655 - 5000 \\
 &= 1655 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

સાદું વ્યાજ :-

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{PRN}{100} \\
 &= \frac{5000 \times 10 \times 3}{100} \\
 &= 1500 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{તફાવત} &= \text{ચક્વૃષ્ટિ વ્યાજ} - \text{સાદું વ્યાજ} \\
 &= 1655 - 1500 \\
 &= 155 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 \text{તફાવત} &= \frac{P \times r^2 \times (300 + r)}{(100)^3} \\
 &= \frac{5000 \times 10 \times 10 \times 310}{100 \times 100 \times 100} \\
 &= 155
 \end{aligned}$$

13. એક રકમ ચક્વૃષ્ટિ વ્યાજે ત્રણ વર્ષમાં ત્રણ ગણી થાય તો કેટલા વર્ષને અંતે નવ ગણી થાય?

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

3 વર્ષને અંતે ત્રણ ગણી થાય છે.

$$\therefore N = 3, A = 3P \text{ થાય}$$

$$3P = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3$$

$$3 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3$$

બને બાજુ વર્ગ કરતા

$$3^2 = \left[ \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^3 \right]^2$$

$$9 = \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^6$$

બને બાજુ P વડે ગુણતા

$$9P = P \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^6$$

$$N = 6$$

$\therefore$  6 વર્ષનાંથી રકમ 9 ગણી બને.

### Short cut

જો કોઈ રકમ y વર્ષમાં x ગણી થાય તો  $(x)^n$  ગણી ny વર્ષમાં થાય.

તેથી 3 વર્ષમાં 3 ગણી થાય તો  $(3)^2$  ગણી  $2 \times 3 = 6$  વર્ષમાં થાય.

15. એક રકમ ચકવૃદ્ધિ વ્યાજે ચાર વર્ષમાં સોળ ગણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.

$$A = P \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^N$$

$$16P = P \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^4$$

$$16 = \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^4$$

$$2^4 = \left( 1 + \frac{R}{100} \right)^4$$

$$2 = \left( 1 + \frac{R}{100} \right)$$

$$R = 100$$

### Short cut

કોઈ રકમ n ગણી y વર્ષમાં થાય તો

$$\text{વ્યાજનો દર} = R = [(n)^{1/y} - 1] \times 100$$

$$\therefore R = [(16)^{1/4} - 1] \times 100$$

$$\therefore R = (2-1) \times 100$$

$$\therefore R = 100$$

16. એક રકમનું 2 વર્ષને અંતે ચકવૃધ્યિ વ્યાજ મુદ્દલ રૂ. 18150 અને 3 વર્ષને અંતે ચકવૃધ્યિ વ્યાજ મુદ્દલ રૂ. 19965 થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.

$$\begin{aligned}\text{ત્રીજા વર્ષનું સાદુ વ્યાજ} &= \text{ત્રીજા વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ} - \text{બે વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ} \\ &= 19965 - 18150 \\ &= 1815 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

રૂ. 1815 તે 18150 રૂ. ના મુદ્દલ પર ત્રીજા વર્ષનું સાદુ વ્યાજ છે.

$$\therefore R = \frac{1815 \times 100}{18150 \times 1} = 10$$

∴ વ્યાજનો દર 10% હશે.

**Short cut**

$$\begin{aligned}R &= \frac{n \text{ વર્ષ અને } n+1 \text{ વર્ષના વ્યાજ મુદ્દલનો તફાવત} \times 100 \\ &\quad n \text{ વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ} \\ &= \frac{1815 \times 100}{18150} \\ &= 10\%\end{aligned}$$

17. રૂ. 48000 ચકવૃધ્યિ વ્યાજના દરે 4 વર્ષને અંતે રૂ. 60000 થાય તો 12 વર્ષને અંતે વ્યાજ મુદ્દલ કેટલા રૂપીયા થાય?

$$48000 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^4 = 60000$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^4 = \frac{60000}{48000}$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^4 = \frac{5}{4}$$

$$\left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{12} = \frac{125}{64}$$

$$\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{12} = \frac{125 \times 750}{64 \times 750}$$

$$48000 \left(1 + \frac{R}{100}\right)^{12} = 93750$$

∴ 12 વર્ષને અંતે રકમ 93750 રૂ. થાય.

### Short cut

$x$  રકમ  $N_1$  વર્ષને અંતે  $y$  રકમ થાય તો  $N_2$  વર્ષ ને અંતે

$$\text{વાજમુદ્દલ} = \frac{(y) N_2/N_1}{(x) N_2/N_1 - 1}$$

$$= \frac{(60000)^{12/4}}{(48000)^{12/4} - 1}$$

$$= \frac{(60000)^3}{(48000)^2}$$

$$= 93750 \text{ રૂ.}$$

18. રૂ.50000નું પ્રથમ વર્ષનું 8% લેખે, બીજા વર્ષનું 10% લેખે અને ત્રીજા વર્ષનું 12% લેખે ચકવૃષ્ણિ વાજ શોધો.

$$A = 50000 \left(1 + \frac{8}{100}\right) \left(1 + \frac{10}{100}\right) \left(1 + \frac{12}{100}\right)$$

$$= 50000 \left(\frac{108}{100}\right) \left(\frac{110}{100}\right) \left(\frac{112}{100}\right)$$

$$= 66528 \text{ રૂ.}$$

$$\begin{aligned} \text{ચ. વાજ} &= \text{વાજમુદ્દલ} - \text{મુદ્દલ} \\ &= 66528 - 50000 \\ &= 16528 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

19. રૂ.39030 A અને B ને એવી રીતે વહેચોકે A ને 7 વર્ષમાં 4% લેખે મળતું ચકવૃષ્ણિ વાજ B ને 9 વર્ષમાં 4% લેખે મળતા ચકવૃષ્ણિ વાજ બરાબર થાય તો A અને B ને મળતી રકમ શોધો.

ધારોકે 39030 માંથી A ને મળતી રકમ =  $x$  રૂ.

$$\therefore B \text{ ને મળતી રકમ} = (39030 - x) \text{ રૂ.}$$

$$A \text{ ને મળતું ચકવૃષ્ણિ વાજ} = x \left(1 + \frac{4}{100}\right)^7 = x \times \left(\frac{26}{25}\right)^7$$

$$\begin{aligned} B \text{ ને મળતું ચકવણી વાજ} &= (39030 - x) \left(1 + \frac{4}{100}\right)^9 \\ &= (39030 - x) \left(\frac{26}{25}\right)^9 \end{aligned}$$

બસેને મળતું ચકવૃષ્ણિ વાજ સમાન હોવાથી

$$x \times \left(\frac{26}{25}\right)^7 = (39030 - x) \left(\frac{26}{25}\right)^9$$

$$x = (39030 - x) \left( \frac{26}{25} \right)^2$$

$$x = (39030 - x) \times \left( \frac{676}{625} \right)$$

$$625x = 39030 \times 676 - 676x$$

$$625x + 676x = 39030 \times 676$$

$$1301x = 39030 \times 676$$

$$x = \frac{39030 \times 676}{1301}$$

$$x = 20280$$

A નાભાગની રકમ =  $x = 20280$  રૂ.

$\therefore$  B નાભાગની રકમ =  $(39030 - x) = 18750$  રૂ.

### Short cut

$$\begin{aligned} A \text{ નાભાગની રકમ} &= \frac{P}{1 + \left( \frac{100}{100+r} \right)^{b-a}} \quad \text{રૂ.} \\ &= \frac{39030}{1 + \left( \frac{100}{100+4} \right)^{9-7}} \\ &= \frac{39030}{1 + \left( \frac{100}{104} \right)^2} \\ &= \frac{39030}{1 + \left( \frac{25}{26} \right)^2} \\ &= \frac{39030 \times 676}{676 + 625} = \frac{39030 \times 676}{1301} \\ &= 20280 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

20. એક નગરની વસ્તી 50,000 છે. જો દર વર્ષ 2% લેખે વસ્તી ઘટતી જાય તો 2 વર્ષ પછી નગરની વસ્તી કેટલી હશે?

$$\begin{aligned} 2 \text{ વર્ષ પછી નગરની વસ્તી} &= 50,000 \left( 1 - \frac{2}{100} \right)^2 \\ &= 50000 \times \frac{98}{100} \times \frac{98}{100} \\ &= 48020 \end{aligned}$$

જડપી ગણિત : 63 :

## પ્રશ્નિકા

1. રૂ.10,000નું 8% લેખે 2 વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ શોધો.
2. રૂ.12000નું 10% લેખે 2 વર્ષ અને 3 માસનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ શોધો.
3. રૂ.10,000નું 12% લેખે 1 વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ કેટલા રૂપીયા થાય? (વ્યાજ 6 માસે ઉમેરાય છે.)
4. રૂ.10,000નું 12% લેખે 6 માસનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ કેટલા રૂપીયા થાય? (વ્યાજ દર ત્રણ માસે ઉમેરાય છે.)
5. રૂ.5000નું 10% લેખે કેટલા વર્ષનું ચકવૃધ્યિ વ્યાજ 6655 થાય?
6. એક રકમ 5 વર્ષમાં ચકવૃધ્યિ વ્યાજે બમળી થાય તો કેટલા વર્ષમાં આઈ ગળી થાય?
7. કેટલા ટકા લેખે એક રકમ બે વર્ષમાં ચકવૃધ્યિ વ્યાજ સાથે ચાર ગળી થાય?
8. રમેશને એક રકમ પર 3 વર્ષને અંતે ચકવૃધ્યિ વ્યાજમુદ્દલ 8820 રૂ. અને 4 વર્ષને અંતે ચકવૃધ્યિ વ્યાજમુદ્દલ 9261 રૂ. મળેતો તે રકમ પરનો વ્યાજનો દર શોધો.
9. એક રકમનું 2 વર્ષના 4% લેખે ચકવૃધ્યિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વર્ષેનો તફાવત રૂ.30 હોય તો મુદ્દલ શોધો.
10. રૂ.30,000નો 15% લેખે 2 વર્ષનો ચકવૃધ્યિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વર્ષેનો તફાવત શોધો.

### જવાબો

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \\
 &= 10,000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 \\
 &= 10,000 \left(\frac{100+8}{100}\right)^2 \\
 &= 10,000 \left(\frac{108}{100}\right)^2 \\
 &= \frac{10,000 \times 108 \times 108}{100 \times 100} \\
 &= 11664 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ચકવૃધ્યિ વ્યાજ} &= 11664 - 10,000 \\
 &= 1664 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

2.  $P = 12000, R = 10, N = 2$  વર્ષ અને 3 માસ

$$\begin{aligned}
 A &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{R/4}{100}\right) \quad (\text{3 માસ હોવાથી}) \\
 &= 12000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{10/4}{100}\right)
 \end{aligned}$$

$$= 12000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{5}{200}\right)$$

$$= 12000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{205}{200}$$

$$= 14883$$

$$\therefore \text{ચક્વૃધ્યિ વ્યાજ} = 14883 - 12000$$

$$= 2883$$

$$3. A = P \left(1 + \frac{R/2}{100}\right)^{2N}$$

$$= 10000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^2$$

$$= 10000 \times \frac{106}{100} \times \frac{106}{100}$$

$$= 11236$$

$$\therefore \text{ચક્વૃધ્યિ વ્યાજ} = 11236 - 10000$$

$$= 1236 \text{ રૂ.}$$

$$4. A = 10000 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^2$$

$$= 10000 \times \frac{103}{100} \times \frac{103}{100}$$

$$= 10609$$

વ્યાજ ત્રણ માસે ઉમેરાતું હોવાથી

$$R/4 = 12/4 = 3$$

$$N = 2 \text{ (6 માસ હોવાથી)}$$

$$\text{ચક્વૃધ્યિ વ્યાજ} = 10609 - 10000$$

$$= 609 \text{ રૂ.}$$

$$5. A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$6655 = 5000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^N$$

$$\frac{6655}{5000} = \left(\frac{110}{100}\right)^N$$

$$\frac{1331}{1000} = \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^3 = \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore N = 3$$

6.  $A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$2P = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^5$$

$$2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^5$$

રકમ આંડ ગણી કરવા માટે

$$(2)^3 = \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^5\right]^3$$

$$8 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^{15}$$

$\therefore 15$  વર્ષમાં આંડ ગણી થાય.

### Short cut

એક રકમ  $y$  વર્ષમાં  $x$  ગણી થાય તો  $(x)^n$  ગણી કરતા  $ny$  વર્ષ લાગે.

$\therefore 5$  વર્ષમાં બમણી થાય તો આંડ ગણી  $(2)^3$  કરતા  $5 \times 3 = 15$  વર્ષ લાગે.

7.

ધારોકે રકમ =  $P$

ચારગણી =  $4P$

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$4P = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$4 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$(2)^2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$2 = 1 + \frac{R}{100}$$

$$1 = \frac{R}{100}$$

$$R = 100$$

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 & \text{ધારોકે એક રકમ } y \text{ વર્ષમાં n ગણી થાય તો વ્યાજનો દર} = [(n)^{1/y} - 1] \times 100 \\
 & = [(4)^{1/2} - 1] \times 100 \\
 & = (2 - 1) \times 100 \\
 & = (1) \times 100 \\
 & = 100
 \end{aligned}$$

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 8. \quad R &= \frac{(n \text{ વર્ષ અને } n+1 \text{ વર્ષના વ્યાજ મુદ્દલનો તફાવત}) \times 100}{n \text{ વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ}} \\
 &= \frac{441 \times 100}{8820} \\
 &= 5\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad \text{મુદ્દલ} &= \text{તફાવત} \left( \frac{100}{r} \right)^2 \\
 &= 30 \left( \frac{100}{4} \right)^2 \\
 &= 30 \times 25 \times 25 \\
 &= 18750 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad \text{તફાવત} &= \text{મુદ્દલ} \left( \frac{R}{100} \right)^2 \\
 &= 30,000 \left( \frac{15}{100} \right)^2 \\
 &= 30,000 \times \frac{15}{100} \times \frac{15}{100} \\
 &= 675 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

## સમજૂતી

15 અને 10 ના ગુણોત્તરને 15:10 વડે દર્શાવી શકાય છે.

$\therefore 15:10$  જેમાં 15 ને પૂર્વપદ અને 10 ને ઉત્તરપદ કહેવાય છે.

તેને  $\frac{15}{10}$  વડે દર્શાવાય છે.

$$\therefore \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \text{ થાય.}$$

$\frac{3}{2}$  ને 3:2 વડે દર્શાવી શકાય.

$\therefore 15:10 = 3:2$  થાય જે ગુણોત્તર અને પ્રમાણ છે.

જેમાં 15 અને 2 અંત્યપદો છે અને 10 અને 3 તે મધ્યપદો છે.

ગુણોત્તર અને પ્રમાણમાં મધ્યપદો અને અંત્યપદોનો ગુણાકાર સરખો થાય છે.

$$\text{જેમ કે } 15 \times 2 = 30 \text{ અને } 10 \times 3 = 30 \text{ થાય.}$$

**સમપ્રમાણ:** એક ચલ વધે તો બીજું ચલ વધે અથવા એક ચલ ઘટે તો બીજું ચલ ઘટે તો બસે સમપ્રમાણમાં છે તેમ કહેવાય.

**વસ્તપ્રમાણ:** એક ચલ વધે તો બીજું ચલ ઘટે અથવા એક ચલ ઘટે તો બીજું ચલ વધે તો બસે વસ્તપ્રમાણમાં છે તેમ કહેવાય.

**ગુણોત્તર મધ્યક:** કોઈ બે ધન સંખ્યાના ગુણાકારના વર્ગમૂળને તે બે સંખ્યાનો ગુણોત્તર મધ્યક કહેવાય છે.

## ઉદાહરણ

1. 12 અને 3 નો ગુણોત્તર મધ્યક શોધો.

$$\text{ગુ.મ.} = \sqrt{12 \times 3}$$

$$= 6$$

2. જો  $5:3 = x:6$  હોય તો  $x$  શોધો.

$$3x = 5 \times 6$$

$$3x = 30$$

$$x = 10 \text{ થાય.}$$

3. જો  $a:b = 2:3$  અને  $b:c = 5:7$  તો  $a:c$  શોધો.

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \text{ અને } \frac{b}{c} = \frac{5}{7} \text{ થાય.}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{10}{21}$$

$$\therefore a:c = 10:21$$

4. જો  $A:B = 5:7$  અને  $B:C = 6:11$  હોય તો  $A:B:C$  શોધો.

$$A:B = 5:7, B:C = 6:11$$

$$\frac{A}{B} = \frac{5}{7} \quad \frac{B}{C} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{5}{7} \times \frac{6}{6} = \frac{30}{42} \text{ અને } \frac{B}{C} = \frac{6}{11} \times \frac{7}{7} = \frac{42}{77}$$

$$\therefore A:B:C = 30:42:77$$

5. જો  $x:y = 3:4$  તો  $(7x+3y):(7x-3y)$  શોધો.

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}, \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = k \text{ ધારતી } \therefore x = 3k, y = 4k \text{ થાય}$$

$$\begin{aligned} 7x+3y : 7x-3y &= \frac{7x+3y}{7x-3y} \\ &= \frac{7(3k)+3(4k)}{7(3k)-3(4k)} \\ &= \frac{21k+12k}{21k-12k} \\ &= \frac{33k}{9k} \\ &= \frac{33}{9} = \frac{11}{3} \\ &= 11:3 \end{aligned}$$

6. 4,5 અને 12 નું ચોથું પ્રમાણપદ શોધો.

$$4:5 = 12:x \text{ થાય}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{x}$$

$$x = \frac{12 \times 5}{4} = 15$$

$$\therefore x = 15$$

7. એ  $\frac{a}{8} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12}$  તો  $a:b:c$  શોધો.

$$\frac{a}{8} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12} = k \text{ ધારતા}$$

$$\therefore a = 8k, b = 9k, c = 12k$$

$$\therefore a:b:c = 8k:9k:12k = 8:9:12$$

8. 5 બોલપેનની કિંમત 15 રૂ. હોય તો 15 બોલપેનની કિંમત કેટલા રૂપીયા થશે?

બોલપેનની સંખ્યા વધવાથી તેની કિંમત પણ વધે છે તેથી તે સમપ્રમાણ કહેવાય.

$$5 \text{ બોલપેનની કિંમત} = 15 \text{ રૂ.}$$

$$15 \text{ બોલપેનની કિંમત} = ?$$

$$\frac{15 \times 15}{5} = 45 \text{ રૂ.}$$

9. એક થેલામાં 2 રૂ.ના, 1 રૂ.ના અને 50 પૈસાના સિક્કા અનુક્રમે 2:3:8 ના પ્રમાણમાં છે. જો થેલામાં કુલ 55 રૂ.

હોય તો દરેક પ્રકારના કેટલા સિક્કા હશે?

થેલામાં 2 રૂ.ના, 1 રૂ.ના અને 50 પૈસાના સિક્કાનું પ્રમાણ 2:3:8 ના પ્રમાણમાં હોવાથી

ધારો કે થેલામાં 2 રૂ.ના  $2x$ , 1 રૂ.  $3x$  અને 50 પૈસાના  $8x$  સિક્કા હોય.

કુલ 55 રૂપીયા હોવાથી

$$2(2x) + 3x + \frac{8x}{2} = 55$$

$$4x + 3x + 4x = 55$$

$$11x = 55$$

$$x = 5$$

$$\therefore 2 \text{ રૂ.ના સિક્કાની સંખ્યા} = 2x = 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore 1 \text{ રૂ.ના સિક્કાની સંખ્યા} = 3x = 3 \times 5 = 15$$

$$\therefore 50 \text{ પૈસાના સિક્કાની સંખ્યા} = 8x = 8 \times 5 = 40$$

10. એક મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 3:2 છે. જો 6 લીટર પાણી ઉમેરવાથી નવું પ્રમાણ 6:5 થાય છે તો મિશ્રણમાં કેટલા લીટર દૂધ હશે?

મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ = 3:2

ધારો કે દૂધનું પ્રમાણ =  $3x$  લીટર

પાણીનું પ્રમાણ =  $2x$  લીટર

6 લીટર પાણી ઉમેરવાથી મિશ્રણમાં પાણી  $(2x+6)$  લીટર થાય.

$$\begin{aligned}\therefore \frac{3x}{2x+6} &= \frac{6}{5} \\ 15x &= 12x + 36 \\ 3x &= 36 \\ \therefore x &= 12 \\ \therefore \text{દૂધનું પ્રમાણ} &= 3x = 3 \times 12 = 36\end{aligned}$$

11. એક મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 2:3 છે. તેમાં 6 લીટર પાણી ઉમેરવાથી નવું પ્રમાણ 2:5 થાય તો તેમાં કેટલા લીટર દૂધ અને પાણી હશે?

### Short cut

આ દાખલો દા. 9 પ્રમાણે થશે પરંતુ જ્યારે બસે વખતે દૂધનું પ્રમાણ સરખુ હોય ત્યારે જો મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ  $a:b$  હોય  $x$  લીટર પાણી ઉમેરતા નવું પ્રમાણ  $a:c$  થાય ત્યારે

$$\text{દૂધની માત્રા} = \frac{ax}{c-b} = \frac{2 \times 6}{5 - 3} = \frac{12}{2} = 6 \text{ લીટર}$$

$$\text{પાણીની માત્રા} = \frac{bx}{c-b} = \frac{3 \times 6}{5 - 3} = \frac{18}{2} = 9 \text{ લીટર}$$

12. 48 રૂ. કિલોગ્રામ અને 32 રૂ. કિલોગ્રામ ખાંડને કેટલા ગુણોત્તરમાં ભેળવવાથી તે મિશ્રણની કિંમત 36 રૂ. થાય?

ધારો કે 48 રૂ. કિ.ગ્રા. વાળી ખાંડ  $x$  કિ.ગ્રા. અને 32 રૂ. કિ.ગ્રા. વાળી ખાંડ  $y$  કિ.ગ્રા. ભેળવવાથી તે મિશ્રણની કિંમત 36 રૂ. થાય.

$$\therefore 48 \text{ રૂ. વાળી } x \text{ કિ.ગ્રા. ખાંડની કિંમત} = 48x \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 32 \text{ રૂ. વાળી } y \text{ કિ.ગ્રા. ખાંડની કિંમત} = 32y \text{ રૂ.}$$

$$\text{મિશ્રણ} = (x+y) \text{ કિ.ગ્રા.}$$

$$\text{મિશ્રણનું મૂલ્ય} = 36(x+y)$$

$$\therefore 48x + 32y = 36x + 36y$$

$$48x - 36x = 36y - 32y$$

$$12x = 4y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \quad \therefore x:y = 1:3$$

$\therefore$  મિશ્રણમાં 48 રૂ. વાળી ખાંડ અને 32 રૂ. વાળી ખાંડ 1:3 ના પ્રમાણમાં ભેળવવાથી મિશ્રણની કિંમત 36 રૂ. થાય

### Short cut

રૂ.ા ની કિંમતની વસ્તુ અને રૂ.બ ની કિંમતની વસ્તુનું ભિશ્રણ કરવાથી ભિશ્રણનું મૂલ્ય રૂ. ચ

$$\text{થાય તો ભિશ્રણનો } \frac{x}{y} = \frac{c-b}{a-c} \text{ થાય}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{36-32}{48-36} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

13. રૂ.42,500ને 4 પુરુષો, 5 સ્ત્રીઓ અને 6 બાળકો વચ્ચે 9:8:4ના પ્રમાણમાં વહેચવાથી એક પુરુષને ભાગે કેટલા રૂપીયા આવે?

$$\begin{aligned}\text{પુરુષ, સ્ત્રી અને બાળકોનું પ્રમાણ} &= 9 \times 4 : 8 \times 5 : 4 \times 6 \\ &= 36 : 40 : 24\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4 \text{ પુરુષોને ભાગે આવતી રકમ} &= \frac{36 \times 42500}{100} \\ &= 15300\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 \text{ પુરુષને ભાગે આવતી રકમ} &= \frac{15300}{4} \\ &= 3825 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

14. 35 લિટરના દૂધ અને પાણીના ભિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 4:1 છે તો તેમાં 7 લિટર પાણી ઉમેરતા દૂધ અને પાણીનો નવો ગુણોત્તર શોધો.

$$\text{દૂધ અને પાણીનો ગુણોત્તર} = 4:1$$

$$\therefore \text{દૂધનું પ્રમાણ} = 4x \text{ લિટર}$$

$$\text{પાણીનું પ્રમાણ} = x \text{ લિટર}$$

$$4x + x = 35$$

$$\therefore 5x = 35$$

$$\therefore x = 7$$

$$\therefore \text{દૂધ} = 4x = 4 \times 7 = 28 \text{ લિટર}$$

$$\text{પાણી} = x = 7 \text{ લિટર}$$

7 લિટર પાણી ઉમેરતા પાણી 14 લિટર થશે.

$\therefore 28 \text{ લિટર દૂધ અને } 14 \text{ લિટર પાણીનો નવો ગુણોત્તર } 28:14 = 2:1 \text{ થાય.}$

**Short cut**

c લીટરના ભિશણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ  $a:b$  તથા d લીટર પાણી ઉમેરવાથી દૂધ અને પાણીનો

$$\begin{aligned}\text{નવો ગુણોત્તર} &= \frac{ac}{bc+d(a+b)} \text{ થાય.} \\ &= \frac{4 \times 35}{1 \times 35 + 7(4+1)} = \frac{140}{70} = \frac{2}{1} \\ &= 2:1\end{aligned}$$

15. જો  $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$  તો  $\frac{a+b+c}{c}$  શોધો.

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7} = k \text{ ધારતા}$$

$$\therefore a = 3k, b = 4k, c = 7k$$

$$\frac{a+b+c}{c} = \frac{3k+4k+7k}{7k} = \frac{14k}{7k} = 2$$

16. જો  $x$  ના 10% =  $y$  ના 30% તો  $x:y$  શોધો

$$\frac{10x}{100} = \frac{30y}{100}$$

$$10x = 30y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{30}{10}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$$

$$x:y = 3:1$$

17. જો  $x:y = 7:3$  એવું  $\frac{xy}{y^2} = \frac{2}{7}$  શોધો.

$$\frac{7}{3} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{y}{x} = k \text{ ધારતા } x = 7k \text{ અને } y = 3k$$

$$\frac{xy+y^2}{x^2-y^2} = \frac{(7k)(3k)+(3k)^2}{(7k)^2-(3k)^2}$$

$$= \frac{21k^2+9k^2}{49k^2-9k^2}$$

$$= \frac{30k^2}{40k^2} = \frac{3}{4}$$

18. એક રકમ P, Q અને R ને 6:19:7 ના પ્રમાણમાં વહેંચવામાં આવે છે. જો R તેના ભાગે આવતી રકમ માંથી રૂ.200, Q ને આપે તો P, Q અને R પાસે રહેલી રકમનો નવો ગુણોત્તર 3:10:3 થાય છે તો રકમ શોધો.

$$\text{ધારોકે P ને ભાગે આવતી રકમ} = 6x$$

$$Q \text{ ને ભાગે આવતી રકમ} = 19x$$

$$R \text{ ને ભાગે આવતી રકમ} = 7x$$

$$\text{કુલ રકમ} = 6x + 19x + 7x = 32x$$

હવે R તેના ભાગે આવતી રકમ માંથી રૂ.200 Q ને આપ્તો હોવાથી નવું પ્રમાણ.

$$6x : (19x + 200) : (7x - 200) = 3 : 10 : 3$$

P અને R નું પ્રમાણ સરખું હોવાથી

$$6x = 7x - 200$$

$$x = 200 \text{ થાય.}$$

$$\text{કુલ રકમ } 32x = 32 \times 200 = 6400 \text{ થાય.}$$

વહેંચણી પાત્ર રકમ 6400 રૂ. હશે.

### પ્રક્રિયા

1. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 5:11 છે. જો તેમના વચ્ચેનો તફાવત 30 હોય તો મોટી સંખ્યા શોધો.
2. 7 અને 28 નો ગુણોત્તર મધ્યક શોધો.
3. ત્રણ સંખ્યાઓનો સરવાળો 116 છે. જો બીજી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર 9:16 અને પછેલી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર 1:4 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.
4. જો  $a:b = 2:3$  અને  $b:c = 5:7$  તો  $a:c$  તથા  $a:b:c$  શોધો.
5. જો  $4a = 5b$  તથા  $8b = 9c$  તો  $a:b:c$  શોધો.
6.  $\frac{a}{8} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12}$  તો  $a:b:c$  શોધો.
7. જો  $(5x+3y):(5x-3y) = 3:1$  તો  $x:y$  શોધો.
8.  $x:y = 5:3$  તથા  $8x-5y:8x+5y$  શોધો.
9. જો  $4x^2-3y^2:2x^2+5y^2 = 12:19$  તો  $x:y$  શોધો.
10. 4, 5, 12 નું ચોથું પ્રમાણપદ શોધો.
11. એક મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 4:3 છે. 7 લિટર દૂધ ઉમેરતા નવું પ્રમાણ 3:4 થાય છે તો દૂધનું પ્રમાણ કેટલા લિટર હશે?
12. એક બેગમાં 50 રૂ., 10 રૂ અને 5 રૂ. ની નોટનું પ્રમાણ 3:4:5 ના પ્રમાણમાં છે. જો બેગમાં કુલ રૂ. 1290 હોય તો 5 રૂ. ની નોટની સંખ્યા કેટલી હશે?

13. સ્કૂટર અને મોપેડની કિંમતોનો ગુણોત્તર 7:4 છે. જો મોપેડની કિંમત સ્કૂટરની કિંમત કરતા રૂ.3600 ઓછી હોય તો સ્કૂટરની કિંમત કેટલા રૂપીયા હશે?
14. 5 કેરી અને 4 સંતરાની કિંમત તે 3 કેરી અને 7 સંતરાની કિંમત બચાવર થાય તો કેરીની કિંમત અને સંતરાની કિંમતનો ગુણોત્તર શોધો.
15. જો  $A:B = \frac{1}{2} : \frac{3}{8}$ ,  $B:C = \frac{1}{3} : \frac{5}{9}$  અને  $C:D = \frac{5}{6} : \frac{3}{4}$  તો  $A:B:C:D$  શોધો.

### જવાબો

1. ધારો કે પહેલી સંખ્યા =  $5x$   
બીજી સંખ્યા =  $11x$   
 $11x - 5x = 30$   
 $6x = 30$   
 $x = 5$   
 $\therefore$  પહેલી સંખ્યા =  $5x = 5 \times 5 = 25$   
બીજી સંખ્યા =  $11x = 11 \times 5 = 55$
2. ગુ.મ =  $\sqrt{7 \times 28}$   
=  $\sqrt{196}$   
= 14
3. પહેલી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર =  $1:4 = 4:16$   
બીજી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર =  $9:16$   
 $\therefore$  પહેલી, બીજી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર =  $4:9:16$   
 $\therefore 4x + 9x + 16x = 116$   
 $29x = 116$   
 $x = 4$   
 $\therefore$  બીજી સંખ્યા =  $9x = 9(4) = 36$
4.  $a:b = 2:3$ ,  $b:c = 5:7$   
 $\therefore \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} \quad \therefore \frac{b}{c} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{3}$   
 $\therefore \frac{a}{b} = \frac{10}{15} \quad \therefore \frac{b}{c} = \frac{15}{21}$   
 $\therefore a:b:c = 10:15:21$   
 $\therefore a:c = 10:21$

$$4a = 5b, \quad 8b = 9c$$

$$32a = 40b, \quad 40b = 45c$$

$$32a = 40b = 45c$$

$$\therefore a:b:c = 45:40:32$$

$$\frac{a}{8} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12} = k \text{ ધારતા}$$

$$a = 8k, b = 9k, c = 12k$$

$$\therefore a:b:c = 8:9:12$$

$$\frac{5x+3y}{5x-3y} = \frac{3}{1}$$

$$5x + 3y = 15x - 9y$$

$$5x - 15x = -9y - 3y$$

$$-10x = -12y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{12}{10}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore x:y = 6:5$$

8.  $x:y = 5:3$

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{8x}{5y} = \frac{40}{15} \quad (\text{અંશને } 8 \text{ વડે અને છેદને 5 \text{ વડે ગુણતા})$$

$$\frac{8x+5y}{8x-5y} = \frac{40+15}{40-15}$$

$$\frac{8x+5y}{8x-5y} = \frac{55}{25}$$

$$\frac{8x+5y}{8x-5y} = \frac{11}{5}$$

$$\frac{8x-5y}{8x+5y} = \frac{5}{11}$$

9.  $\frac{4x^2 - 3y^2}{2x^2 + 5y^2} = \frac{12}{19}$

$$76x^2 - 57y^2 = 24x^2 + 60y^2$$

$$76x^2 - 24x^2 = 57y^2 + 60y^2$$

$$52x^2 = 117y^2$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{117}{52}$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

$$x:y = 3:2$$

10.  $\frac{4}{5} = \frac{12}{x}$

$$x = \frac{12 \times 5}{4}$$

$$x = 15$$

11. ધારોકે દૂધ =  $4x$  લીટર

પાણી =  $3x$  લીટર

$$\frac{4x+7}{3x} = \frac{3}{4}$$

$$16x + 28 = 9x$$

$$7x = 28$$

$$x = 4$$

$$\therefore દૂધ = 4x = 16 \text{ લીટર}$$

12. ધારોકે 50 રૂ.ની નોટની સંખ્યા =  $3x$ , 10 રૂ.ની નોટની સંખ્યા =  $4x$  અને 5 રૂ.ની નોટની સંખ્યા =  $5x$

$$150x + 40x + 25x = 1290$$

$$215x = 1290$$

$$x = 6$$

$$\therefore 5\text{ની નોટ } 5x = 5(6) = 30 \text{ હરે.}$$

13. ધારોકે કેસ્કુટરની કિંમત =  $7x$  રૂ.

મોપેડની કિંમત =  $4x$  રૂ.

$$7x - 4x = 3600$$

$$3x = 3600$$

$$x = 1200$$

$$\text{સ્કૂટરની કિંમત} = 7x = 7(1200) \\ = 8400 \text{ રૂ.}$$

14. 5 કેરી અને 4 સંતરાની કિંમત = 3 કેરી અને 7 સંતરાની કિંમત

$$(5-3) \text{ કેરીની કિંમત} = (7-4) \text{ સંતરાની કિંમત}$$

$$2 \text{ કેરીની કિંમત} = 3 \text{ સંતરાની કિંમત}$$

$$\frac{\text{કેરીની કિંમત}}{\text{સંતરાની કિંમત}} = \frac{3}{2}$$

15.  $\frac{A}{B} = \frac{1/2}{3/8} = \frac{4}{3} = 4:3$

$$\frac{B}{C} = \frac{1/3}{5/9} = \frac{3}{5} = 3:5$$

$$\frac{C}{D} = \frac{5/6}{3/4} = \frac{10}{9} = 5:\frac{9}{2}$$

$$\therefore A:B:C:D = 4:3:5:\frac{9}{2}$$

## કામ અને મહેનતાણું

1. 12 માણસો જે સમયમાં 111 રમકડાં બનાવે છે તેટલા જ સમયમાં 148 રમકડાં બનાવવા માટે કેટલા માણસોની જરૂર પડે?

આ દાખલો સમપ્રમાણનો છે એટલે કે માણસોની સંખ્યા વધારે હોય તો બનતા રમકડાંની સંખ્યા વધે છે.

$$111 \text{ રમકડાં બનાવવા માટે જરૂરી માણસો} = 12$$

$$\therefore 148 \text{ રમકડાં બનાવવા માટે જરૂરી માણસો} = ?$$

$$\frac{12 \times 148}{111} = 16$$

$$\therefore 16 \text{ માણસોની જરૂર પડશે.}$$

2. 15 માણસો એક ખેતર 28 દિવસમાં ખેડી શકે તો 5 માણસોને તે ખેતર ખેડતા કેટલા દિવસ લાગશે?

જે માણસોની સંખ્યા ઘટે તો ખેતર ખેડતા લાગતા દિવસ વધે છે તેથી તે વ્યસ્ત પ્રમાણનો દાખલો કહેવાય.

$$15 \text{ માણસોને ખેતર ખેડતા લાગતો સમય} = 28$$

$$\therefore 5 \text{ માણસોને ખેતર ખેડતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{28 \times 15}{5} = 84$$

$$\therefore 5 \text{ માણસોને ખેતર ખેડતા 84 દિવસ લાગે.}$$

3. એક પૂલ બનાવવા માટે 150 મજૂરોને 45 દિવસ કામ કરવું પડે છે. 10 દિવસ પછી 25 મજૂરો પોતાના વતન ચાલ્યા જતાં બાકીના મજૂરોને તે પૂલ પૂરો કરતા કેટલા દિવસ લાગે?

$$150 \text{ મજૂરોને એક પૂલ પૂરો કરતા લાગતો સમય} = 45 \text{ દિવસ}$$

$$10 \text{ દિવસ પછી } 150 \text{ મજૂરોને લાગતો સમય} = 35 \text{ દિવસ}$$

$$\therefore 125 \text{ મજૂરોને પૂલ પૂરો કરતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{150 \times 35}{125} = 42 \text{ દિવસ}$$

મજૂરોની સંખ્યા ઘટતા પૂલ પૂરો કરવા લાગતા દિવસોની સંખ્યા વધે છે. તેથી વ્યસ્ત પ્રમાણ છે.

4. 9 માણસો 90 હેક્ટર 30 દિવસમાં ખેડી શકે છે તો 35 માણસો 42 દિવસમાં કેટલા હેક્ટર ખેડી શકે?

માણસો દિવસ હેક્ટર

$$9 \quad 30 \quad 90$$

$$35 \quad 42 \quad ?$$

$$\frac{90 \times 35 \times 42}{9 \times 30} = 490 \text{ હેક્ટર}$$

5. 30 માણસો એક કામ 27 દિવસમાં પૂરું કરે તો તે કામ 18 માણસો તેનાથી ત્રણ ગણું કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

માણસો વધવાથી કામ ઓછા દિવસમાં પૂરું થાય છે તેથી તે વસ્ત પ્રમાણનો દાખલો છે.

$$30 \text{ માણસોને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય} = 27$$

$$\therefore 18 \text{ માણસોને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{30 \times 27}{18} = 45$$

$$\therefore 18 \text{ માણસો તેટલું જ કામ } 45 \text{ દિવસમાં પૂરું કરી શકે$$

$$\therefore \text{તેનાથી ત્રણ ગણું કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય} = 45 \times 3 = 135 \text{ દિવસ}$$

6. 12 માણસો એક કામ 6 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જો તે કામ 4 દિવસમાં પૂરું કરવું હોય તો કેટલા માણસોની જરૂર પડે?

$$6 \text{ દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો} = 12$$

$$\therefore 4 \text{ દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો} = ?$$

$$\frac{12 \times 6}{4} = 18$$

$$\therefore 4 \text{ દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો} = 18$$

7. 5 પુરુષો અથવા 9 સ્ત્રીઓને એક કામ પૂરું કરતા 44 દિવસ લાગે છે તો તે કામ 15 પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

$$5 \text{ પુરુષોનું કામ} = 9 \text{ સ્ત્રીઓનું કામ}$$

$$\therefore 1 \text{ પુરુષનું કામ} = \frac{9}{5} \text{ સ્ત્રીઓનું કામ}$$

$$\therefore 15 \text{ પુરુષોનું કામ} = \frac{9}{5} \times 15 = 27 \text{ સ્ત્રીઓનું કામ}$$

15 પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં કરી શકે તે શોધવા માટે 15 પુરુષો એટલે 27 સ્ત્રીઓ થઈ. તેથી 27 સ્ત્રીઓ અને 6 સ્ત્રીઓ એમ કુલ 33 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરે તે શોધી એટો 15 પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે તે શોધી શકાય.

$$9 \text{ સ્ત્રીઓને કામ કરતા લાગતો દિવસ} = 44$$

$$\therefore 33 \text{ સ્ત્રીઓને કામ કરતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{9 \times 44}{33} = 12$$

$$\therefore 15 \text{ પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓને તે કામ કરતા } 12 \text{ દિવસ લાગે}$$

**Short cut** A પુરુષો અથવા B સ્ત્રીઓને એક કામ કરતા D દિવસ લાગે તો A1 પુરુષો અને B1 સ્ત્રીઓને

$$\begin{aligned}
 \text{કામ પૂરુષ કરતા લાગતા દિવસો} &= \frac{D}{\frac{A_1}{A} + \frac{B_1}{B}} \\
 &= \frac{44}{\frac{15}{5} + \frac{6}{9}} \\
 &= \frac{44}{\frac{3+2}{3}} \\
 &= \frac{44}{\frac{9+2}{3}} \\
 &= \frac{44 \times 3}{11} \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

8. 16 માણસો એક કામ 12 દિવસમાં પૂરુષ કરે છે. 4 દિવસ પછી નવા માણસો આવી ગયા અને બાકીનું કામ 4 દિવસમાં પૂરુષ થાય તો કેટલા નવા માણસો આવ્યા હશે?

$$16 \text{ માણસોને } 1 \text{ કામ કરતા લાગતા દિવસ} = 12$$

$$16 \text{ માણસોનું } 1 \text{ દિવસનું કામ} = \frac{1}{12}$$

$$4 \text{ દિવસમાં થતું કામ} = \frac{1}{12} \times 4 = \frac{1}{3}$$

$$\text{બાકીનું કામ} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} \text{ ભાગનું કામ } 4 \text{ દિવસમાં પૂરુષ કરવા માટે જરૂરી માણસો} = 16$$

$$\frac{2}{3} \text{ ભાગનું કામ } 4 \text{ દિવસમાં પૂરુષ કરવા માટે જરૂરી માણસો} = ?$$

$$\frac{16 \times 2 \times 3}{3} = 32$$

$$\therefore \text{નવા આવેલ માણસો} = 32 - 16 = 16$$

**Short cut** A માણસો એક કામ n દિવસમાં પૂરુષ કરે છે. n દિવસ પછી B માણસો જોડાય તો બાકીનું કામ પૂરુષ કરતા D દિવસ લાગે

$$\therefore D = \frac{A(a-n)}{A+B}$$

$$4 = \frac{16(12-4)}{16+B}$$

$$\therefore B = 16$$

8 પુરુષો એક કામ 10 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જ્યારે 10 બાળકોને તે જ કામ 16 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે તો 10 પુરુષો અને 12 બાળકોને તે જ કામ પૂરું કરતા કેટલા દિવસ લાગશે?

$$8 \text{ પુરુષોને એક કામ કરતા લાગતો સમય} = 10 \text{ દિવસ}$$

$$\therefore 1 \text{ પુરુષને તે કામ કરતા લાગતો સમય} = 80 \text{ દિવસ}$$

$$1 \text{ પુરુષને એક દિવસમાં થતું કામ} = \frac{1}{80}$$

$$10 \text{ પુરુષનું એક દિવસનું થતું કામ} = \frac{1}{80} \times 10 = \frac{1}{8}$$

$$10 \text{ બાળકોને એક કામ કરતા લાગતો સમય} = 16 \text{ દિવસ}$$

$$\therefore 1 \text{ બાળકને એક કામ કરતા લાગતો સમય} = 160 \text{ દિવસ}$$

$$1 \text{ બાળકનું 1 દિવસમાં થતું કામ} = \frac{1}{160}$$

$$12 \text{ બાળકોનું 1 દિવસનું કામ} = \frac{1}{160} \times 12 = \frac{3}{40}$$

$$10 \text{ પુરુષો અને 12 બાળકોનું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{8} + \frac{3}{40}$$

$$= \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

$$1/5 \text{ કામ કરતા લાગતા દિવસ} = 1$$

$$\therefore 1 \text{ કામ કરતા લાગતા દિવસ} = ?$$

$$\frac{1 \times 1}{1/5} = 5 \text{ દિવસ}$$

10. રમેશ એક કામ 10 દિવસમાં પૂરું કરે છે. જ્યારે મહેશ તે જ કામ 15 દિવસમાં પૂરું કરે છે તો બને સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

$$રમેશને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ = 10$$

$$\therefore તેનું એક દિવસનું કામ = 1/10$$

$$મહેશને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ = 15$$

$$\therefore તેનું એક દિવસનું કામ = 1/15$$

$$બનેનું એક દિવસનું કામ = 1/10 + 1/15$$

$$= \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30} \\ = 1/6$$

$\frac{1}{6}$  काम करता लागता दिवस = 1

$\therefore 1$  काम करता लागता दिवस = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{6}} = 6$$

$\therefore$  बनेने ते काम पूर्ण करता 6 दिवस लागे।

### Short cut

रमेश एक काम  $x$  दिवसमां अने महेश ते काम  $y$  दिवसमां पूर्ण करे तो बनेने ते काम पूर्ण करता लागतो

$$\begin{aligned} \text{समय} &= \frac{xy}{x+y} \\ &= \frac{10 \times 15}{10 + 15} \\ &= \frac{150}{25} \\ &= 6 \text{ दिवस} \end{aligned}$$

11. A अने B ने बनेने साथे एक काम पूर्ण करता 12 दिवस लागे। जो A एकलो ते काम 20 दिवसमां पूर्ण करी शके तो B ने ते काम पूर्ण करता केटला दिवस लागशे?

A अने B ने एक काम करता लागतो समय = 12 दिवस

$$\therefore \text{तेनुं एक दिवसनुं काम} = 1/12$$

A ने एक काम करता लागतो समय = 20 दिवस

$$\therefore \text{तेनुं एक दिवसनुं काम} = 1/20$$

$$\therefore B \text{ नुं एक दिवसनुं काम} = (A+B) \text{ नुं एक दिवसनुं काम} - A \text{ नुं एक दिवसनुं काम}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{12} - \frac{1}{20} \\ &= \frac{5-3}{60} = \frac{2}{60} \\ &= \frac{1}{30} \end{aligned}$$

$\therefore 1/30$  भागनुं काम करता B ने लागतो समय = 1 दिवस

$\therefore 1$  काम करता लागतो समय = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{30}} = 30 \text{ दिवस}$$

### Short cut

જો A ને એક કામ કરતા x દિવસ અને A અને B ને સાથે કામ કરતા y દિવસ લાગે તો B ને તે કામ કરતા લાગતા દિવસ

$$\begin{aligned} &= \frac{xy}{x-y} \\ &= \frac{20 \times 12}{20-12} \\ &= \frac{240}{8} \\ &= 30 \end{aligned}$$

12. A, B અને C એક કામ અનુક્રમે 12 દિવસ, 15 દિવસ અને 20 દિવસમાં પૂરું કરે છે તો ત્રણોયને તે કામ સાથે પૂરું કરતા કેટલા દિવસ લાગશે?

A ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 12 દિવસ

$$\therefore \text{તેનું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{12}$$

B ને તે કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 15 દિવસ

$$\therefore \text{તેનું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{15}$$

C ને તે કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 20 દિવસ

$$\therefore \text{તેનું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore \text{ત્રણોયનું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{5+4+3}{60} \\ &= \frac{12}{60} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$\frac{1}{5}$  ભાગનું કામ કરતા લાગતા દિવસ = 1

$\therefore 1$  કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{5}} = 5 \text{ દિવસ}$$

Short cut જો A, B અને C અનુક્રમે x, y અને z દિવસોમાં કામ પૂરું કરી શકે તો

$$\begin{aligned} \text{ત્રણોયને સાથે કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ} &= \frac{xyz}{xy+yz+zx} \\ &= \frac{12 \times 15 \times 20}{(12)(15)+(15)(20)+(20)(12)} \\ &= 5 \end{aligned}$$

13. A अने B ने एक काम करता 12 दिवस, B अने C ने तेकाम करता 15 दिवस अने C अने A ने तेजकाम करता 20 दिवस लागे तो दरेकने अलग अलग ते काम पूरुं करता केटलो समय लागेशे?

**Short cut**  $2(A+B+C)$  ने काम पूरुं करता लागतो समय =  $\frac{12 \times 15 \times 20}{(12)(15) + (15)(20) + (20)(12)}$   
 $= 5$

$\therefore (A+B+C)$  ने काम पूरुं करता लागतो समय =  $5 \times 2 = 10$  दिवस

हवे A अने B ने एक काम पूरुं करता लागतो समय = 12 दिवस

A, B अने C ने तेकाम पूरुं करता लागतो समय = 10 दिवस

$$\begin{aligned}\therefore C \text{ ने काम पूरुं करता लागतो समय} &= \frac{12 \times 10}{12 - 10} \\ &= \frac{120}{2} \\ &= 60 \text{ दिवस}\end{aligned}$$

तेजरीते

B अने C ने काम पूरुं करता लागतो समय = 15 दिवस

C ने तेजकाम माटे लागतो समय = 60 दिवस

$$\begin{aligned}\therefore B \text{ ने काम पूरुं करता लागतो समय} &= \frac{60 \times 15}{60 - 15} \\ &= 20 \text{ दिवस}\end{aligned}$$

तेजरीते

A अने B ने एक काम पूरुं करता लागतो समय = 12 दिवस

B ने तेकाम माटे लागतो समय = 20 दिवस

$$\begin{aligned}\therefore A \text{ ने काम पूरुं करता लागतो समय} &= \frac{20 \times 12}{20 - 12} \\ &= \frac{240}{8} \\ &= 30 \text{ दिवस}\end{aligned}$$

14. A आे B करता बमणी झडपे काम पूरुं करी शके छे. जे बने साथे एक काम 14 दिवसमां पूरुं करी शके तो A ने ते काम पूरुं करता केटला दिवस लागेशे?

A आे B करता बमणी झडपे काम पूरुं करी शके छे.

धारोके A ने काम पूरुं करता लागता दिवस = x

$\therefore$  B ने काम पूर्ण करता लागता दिवस =  $2x$

$$\text{बजेने साथे काम पूर्ण करता लागतो समय} = \frac{2x \times x}{2x + x}$$

$$14 = \frac{2x^2}{3x}$$

$$42x = 2x^2$$

$$x = 21$$

$\therefore$  A ने काम पूर्ण करता लागतो समय = 21 दिवस

15. अमुक माणसो एक काम 70 दिवसमां पूर्ण करी शके छे. जो 20 माणसो वधारे होय तो ते काम 10 दिवस वहेलु पूर्ण थाय तो ते काममां केटला माणसो छशे?

धारो के  $x$  माणसो ते काम 70 दिवसमां पूर्ण करी शके छे.

$$\therefore x \text{ माणसोनुं एक दिवसनुं काम} = 1/70 \text{ थाय.}$$

20 माणसो वधारे होवाथी ते काम 10 दिवस वहेलु पूर्ण थाय छे. ऐटले के  $(x+20)$  माणसो ते काम  $(70-10) = 60$  दिवसमां पूर्ण करे छे.

$$(x+20) \text{ माणसोनुं 1 दिवसनुं काम} = 1/60$$

$$\therefore 20 \text{ माणसोनुं एक दिवसनुं काम} = (x+20) \text{ माणसोनुं एक दिवसनुं काम} - x \text{ माणसोनुं एक दिवसनुं काम}$$

$$= 1/60 - 1/70$$

$$= \frac{7-6}{420} = \frac{1}{420}$$

$$\therefore 20 \text{ माणसोनुं एक दिवसनुं काम} = 1/420$$

$$\therefore 20 \text{ माणसोने ते काम करता लागतो समय} = 420 \text{ दिवस}$$

$$420 \text{ दिवसमां काम पूर्ण करवा माटे जुरी माणसो} = 20$$

$$\therefore 70 \text{ दिवसमां काम पूर्ण करवा माटे जुरी माणसो} = ?$$

$$\frac{20 \times 420}{70} = 120 \text{ (वस्त प्रभाष)}$$

$$\therefore 120 \text{ माणसो ते काम 70 दिवसमां पूर्ण करी शके.}$$

**Short cut**  $x$  माणसो 70 दिवसमां अने  $(x+20)$  माणसो 60 दिवसमां काम पूर्ण करी शके छे.

$$\therefore 70x = 60(x+20)$$

$$70x = 60x + 1200$$

$$10x = 1200$$

$$x = 120$$

**Short cut**

$$x = \frac{\text{વધારાના માણસો } \times \text{ બીજા સમૂહ દ્વારા કામ પૂરું કરવા માટે લેવાયેલ દિવસ}{\text{ઓછા થયેલ દિવસો}} = \frac{20 \times 60}{10} = 120$$

16. 6 પુરુષો અને 8 સ્ત્રી એક કામ 10 દિવસમાં પૂરું કરે છે. જ્યારે 26 પુરુષો અને 48 સ્ત્રીઓ તે કામ 2 દિવસમાં પૂરું કરે છે તો 15 પુરુષો અને 20 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

ધારોકે 1 પુરુષનું 1 દિવસનું કામ  $x$  હોય અને

1 સ્ત્રીનું 1 દિવસનું કામ  $y$  હોય તો

$$6x + 8y = \frac{1}{10} \dots\dots\dots(1) \quad \text{અને} \quad 26x + 48y = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(2)$$

સમી. 1 ને 6 વડે ગુણી સમી. 2 માંથી બાદ કરતાં

$$10x = \frac{6}{10} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

$$x = \frac{1}{100} \quad \text{ની કિંમત સમી. 1 માં મૂક્તાં.}$$

$$\frac{6}{100} + 8y = \frac{1}{10}$$

$$\therefore 8y = \frac{1}{10} - \frac{6}{100}$$

$$\therefore 8y = \frac{4}{100}$$

$$\therefore y = \frac{1}{200}$$

$$15 \text{ પુરુષો અને } 20 \text{ સ્ત્રીઓનું એક દિવસનું કામ} = 15\left(\frac{1}{100}\right) + 20\left(\frac{1}{200}\right)$$

$$= \frac{3}{20} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{3+2}{20}$$

$$= \frac{5}{20}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$\therefore 15$  પુરુષો અને 20 સ્ત્રીઓને એક કામ પુરું કરતા 4 દિવસ લાગે.

17. 6 વ્યક્તિઓ 8 કલાક કામ કરીને 1680 રૂ. કમાણી કરે છે તો 9 વ્યક્તિઓ 6 કલાક કામ કરીને કેટલા રૂપીયા મેળવે?

6 વ્યક્તિઓએ 8 કલાક કામ કરીને કરેલ કમાણી = 1680 રૂ.

9 વ્યક્તિઓએ 6 કલાક કામ કરીને કરેલ કમાણી = ?

$$\frac{1680 \times 9 \times 6}{6 \times 8} = 1890 \text{ રૂ.}$$

18. A એક કામ 4 દિવસમાં, B તે કામ 6 દિવસમાં અને C તે કામ 8 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. જો ત્રણેય સાથે તે કામ પૂરુ કરે અને તેનું મહેનતાણું 5200 રૂ. મળે તો A ને ભાગે શું આવે?

$$\begin{aligned} \text{ત્રણેયને સાથે કામ પૂરુ કરતા લાગતો સમય} &= \frac{xyz}{xy + yz + zx} \\ &= \frac{4 \times 6 \times 8}{24 + 48 + 32} \\ &= \frac{192}{104} \\ &= \frac{24}{13} \\ A \text{ ને મળતું મહેનતાણું} &= \frac{24/13}{4} \times 5200 \\ &= \frac{24}{13 \times 4} \times 5200 \\ &= 2400 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

19. A એક કામ 10 દિવસમાં, B તે જ કામ 15 દિવસમાં અને C તે જ કામ 20 દિવસમાં પૂરુ કરે છે. જો ત્રણેય સાથે કામ શરૂ કરે છે અને કામ પૂરુ થયાને એક દિવસ પહેલા C કામ છોડી ચાલ્યો જાય છે તો કામ પૂરુ થતા કેટલા દિવસ લાગશે?

A એક કામ x દિવસમાં, B તે કામ y દિવસમાં અને C તે કામ z દિવસમાં પૂરુ કરે છે. જો ત્રણેય સાથે કામ શરૂ કર્યા પછી C તે n દિવસ પહેલા કામ છોડી ચાલ્યો જાય તો

$$\begin{aligned} \text{કામ પૂરુ થવા માટે લાગતો સમય} &= \frac{(z+n) \times x \times y}{(xy) + (yz) + (zx)} \\ &= \frac{(20+1) \times 10 \times 15}{(10)(15) + (15)(20) + (20)(10)} \\ &= \frac{21 \times 10 \times 15}{150 + 300 + 200} \\ &= \frac{63}{13} \\ &= 4 \frac{11}{13} \text{ દિવસ} \end{aligned}$$

20. 50 મજૂરોએ 40 દિવસમાં અડ્યુકામ પૂરુ કર્યા બાદ તે કામ 60 દિવસમાં પૂરુ કરવું હોય તો બાકીના દિવસોમાં કેટલા વધારે મજૂરોની જરૂર પે?

$$\text{કામ બાકી} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{દિવસો બાકી} = 60 - 40 = 20$$

$$40 \text{ દિવસમાં અડ્યુકામ પૂરુ કરવા માટે જરૂરી મજૂરો} = 50$$

$$20 \text{ દિવસમાં અડ્યુકામ પૂરુ કરવા જરૂરી મજૂરો} = ?$$

$$\frac{50 \times 40}{20} = 100$$

$$\text{વધારે જરૂરી મજૂરો} = 100 - 50 = 50$$

**Short cut**

$$\frac{A \times D}{W} = \frac{A_1 \times D_1}{W_1}$$

$$\text{જ્યાં} \quad A = 50$$

$$D = 40$$

$$W = 1/2$$

$$\frac{50 \times 40}{1/2} = \frac{A_1 \times 20}{1/2}$$

$$A_1 = \text{મજૂરોની સંખ્યા}$$

$$A_1 = 100$$

$$D_1 = \text{બાકી દિવસો}$$

$$\text{વધારે જરૂરી મજૂરો} = 100 - 50 = 50$$

$$W_1 = \text{બાકી કામ}$$

## પ્રશ્નિક્તિકા

1. A ને એક કામ કરતા 20 દિવસ લાગે છે. જ્યારે B તે જ કામ 30 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તો બત્તે સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
2. A એક કામ 10 દિવસમાં, B તે જ કામ 30 દિવસમાં અને C તે જ કામ 15 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તો ત્રણેય સાથે તે જ કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
3. 24 માણસો એક કામ 48 દિવસોમાં પૂરુ કરી શકે છે તો 36 માણસો તે જ કામ કેટલા દિવસોમાં પૂરુ કરી શકે?
4. 1 પુરુષ અથવા 2 સ્ત્રી એક કામ 40 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે તો 3 પુરુષો અને 4 સ્ત્રીઓ તે જ કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
5. A એક કામ 30 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. A અને B તે જ કામ 5 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે તો B એકલો તે જ કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
6. રમેશને એક કામ કરતા 24 દિવસ લાગે છે. જો મહેશની જડપ રમેશની જડપ કરતા બમણી હોય તો બત્તે સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
7. A અને B એક કામ 10 દિવસમાં પૂરુ કરે છે. B અને C તે જ કામ 15 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તથા C અને A તે જ કામ 20 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તો C તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?

8. A, B, C, અને D એક કામ 10 દિવસમાં, 15 દિવસમાં, 30 દિવસમાં અને 20 દિવસમાં પૂરું કરે છે તો ચારેય લેગા થઈ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?
9. 12 માણસોને એક કામ કરતા 9 દિવસ લાગે છે. 6 દિવસ કામ કર્યા પછી બીજા 6 માણસો જોડાય છે તો બાકીનું કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?
10. એક કામ અમુક કર્મચારીઓએ 30 દિવસે પૂરું કર્યું. જો 5 કર્મચારી વધારે હોય તો તે જ કામ 10 દિવસ વહેલું પૂરું થાય તો કુલ કેટલા કર્મચારીઓએ કામ પૂરું કર્યું હશે?
11. A એક કામ 80 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. 10 દિવસ કામ કર્યા પછી બાકીનું કામ B તે 42 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે તો બને સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?
12. રમેશ અને મહેશ બને એક કામ 6 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. પહેલા રમેશ 4 દિવસ કામ કરી ચાલ્યો જાય અને બાકીનું કામ પૂરું કરતા મહેશને 9 દિવસ લાગે તો રમેશ એકલો તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?
13. સુરેશ તેની નોકરીના હાજર દિવસોના રૂ.50 અને ગેરહાજર દિવસોના રૂ.5 દંડ થાય છે. જો 30 દિવસના તેને રૂ.950 મળે તો તેના ગેરહાજર દિવસો કેટલા?
14. A એક કામ B કરતા બમણી ઝડપે કરે છે અને C કરતા ત્રણ ગણી ઝડપે કામ કરે છે. જો C તે કામ 24 દિવસમાં પૂરું કરી શકે તો ત્રણેય તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?
15. A એક કામ 45 દિવસમાં અને B તે જ કામ 40 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. અમુક દિવસ સાથે કામ કર્યા બાદ A તે કામ છોડી ચાલ્યો જાય છે તો બાકીનું કામ પૂરું કરતા B ને 23 દિવસ લાગે તો A કેટલા દિવસ પછી કામ છોડી ચાલ્યો ગયો હશે?

### જવાબો

- દિવસો =  $\frac{xy}{x+y}$   
 $= \frac{20 \times 30}{20+30}$   
 $= \frac{600}{50} = 12$
- દિવસો =  $\frac{xyz}{xy+yz+zx}$   
 $= \frac{10 \times 30 \times 15}{(10)(30)+(30)(15)+(15)(10)}$   
 $= \frac{10 \times 30 \times 15}{300+450+150}$   
 $= \frac{10 \times 30 \times 15}{900} = 5$

3. 24 માણસોને એક કામ કરતા લાગતા દિવસો = 48

36 માણસોને તે કામ કરતા લાગતા દિવસો = ?

$$\frac{48 \times 24}{36} = 32 \text{ દિવસ}$$

4. સમય =  $\frac{D}{\frac{A_1}{A} + \frac{B_1}{B}}$

$$= \frac{40}{3/1 + 4/2}$$

$$= \frac{40}{5}$$

$$= 8 \text{ દિવસ}$$

5. B ને કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ =  $\frac{xy}{x-y}$

$$= \frac{30 \times 5}{30 - 5}$$
$$= \frac{150}{25} = 6 \text{ દિવસ}$$

રહેશને એક કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ = 24

મહેશને તે કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ = 12

બજેને સાથે તે કામ પૂરુ કરતા લાગતો સમય =  $\frac{xy}{x+y}$

$$= \frac{12 \times 24}{36}$$
$$= 8 \text{ દિવસ}$$

7.  $(A+B)$  એક કામ 10 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે.

$$\therefore (A+B) \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{10}$$

$$\text{તેજ રીતે } (B+C) \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{15}$$

$$\text{તેજ રીતે } (C+A) \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore 2(A+B+C) = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$
$$= \frac{6+4+3}{60}$$

$$= 13/60$$

$$\therefore A+B+C = 13/120$$

(A+B+C)નું એક દિવસનું કામ - (A+B)નું એક દિવસનું કામ = C નું એક દિવસનું કામ

$$\frac{13}{120} - \frac{1}{10} = C \text{ નું એક દિવસનું કામ}$$

$$\frac{13 - 12}{120} = C \text{ નું એક દિવસનું કામ}$$

$$\frac{1}{120} = C \text{ નું એક દિવસનું કામ}$$

$\therefore C$  ને તે કામ કરતા 120 દિવસ લાગે.

8.

$$A \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{10}$$

$$B \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{15}$$

$$C \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{30}$$

$$D \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{20}$$

$$\text{ચારેયનું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20}$$

$$= \frac{6+4+2+3}{60}$$

$$= \frac{15}{60}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$\therefore 4$  માણસોને તે કામ કરતા લાગતા દિવસો = 4

9.

12 માણસોને એક કામ કરતા લાગતા દિવસો = 9

$$\therefore \text{તેનું 1 દિવસનું કામ} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore 6 \text{ દિવસનું કામ} = \frac{1}{9} \times 6 = \frac{2}{3}$$

$$\text{બાકી રહેતું કામ} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

માણસો કામ દિવસો

$$12 \quad 1 \quad 9$$

$$18 \quad \frac{1}{3} \quad ?$$

$$\therefore 18 \times 1 : 12 \times \frac{1}{3} :: 9 : x$$

$$x = 2 \text{ દિવસ}$$

10. ધારોકે  $x$  કર્મચારીઓએ કામ પૂરુ કર્યુ હશે.

$$x \times 30 = (x+5)(30-10)$$

$$30x = 20x + 100$$

$$10x = 100$$

$$x = 10$$

$\therefore 10$  કર્મચારીઓએ તે કામ 30 દિવસમાં પૂરુ કર્યુ હશે.

11.

$$A \text{ નું એક દિવસનું કામ} = \frac{1}{80}$$

$$A \text{ નું } 10 \text{ દિવસનું કામ} = \frac{1}{80} \times 10 = \frac{1}{8}$$

$$\text{બાકી રહેતું કામ} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$\frac{7}{8}$  ભાગનું કામ કરતા B ને લાગતા દિવસ = 42

$\therefore 1$  ભાગનું કામ કરતા B ને લાગતા દિવસ = ?

$$\frac{42 \times 1 \times 8}{7} = 48$$

બસેને સાથે તે કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ =  $\frac{48 \times 80}{128} = 30$  દિવસ

12.

ધારોકે રમેશને એક કામ પૂરુ કરતા x દિવસ લાગે છે.

$$\text{તેનું } 1 \text{ દિવસનું કામ} = \frac{1}{x}$$

$$\therefore \text{તેનું } 4 \text{ દિવસનું કામ} = \frac{4}{x}$$

$$\therefore \text{મહેશનું } 1 \text{ દિવસનું કામ} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x}$$

$$= \frac{x-6}{6x}$$

મહેશને બાકીનું કામ પૂરુ કરતા 9 દિવસ લાગે છે.

$$\frac{4}{x} + \frac{9(x - 6)}{6x} = 1$$

$$\frac{24 + 9x - 54}{6x} = 1$$

$$9x - 30 = 6x$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

13. ધારોકે ગેરહાજર દિવસો =  $x$

$$\text{હાજર દિવસો} = (30 - x)$$

$$(30 - x) 50 - 5x = 950$$

$$1500 - 50x - 5x = 950$$

$$-55x = -550$$

$$x = 10$$

$\therefore 10$  દિવસ ગેરહાજર હશે.

14. C ને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ = 24

$\therefore A$  ને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ = 8

B ને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ = 16

$$\begin{aligned}\text{ત્રણેયને સાથે કામ કરતા લાગતા દિવસ} &= \frac{xyz}{(xy) + (yz) + (zx)} \\ &= \frac{(24)(8)(16)}{(24)(8) + (8)(16) + (16)(24)} = 5 \frac{17}{35}\end{aligned}$$

15. ધારોકે A તે  $x$  દિવસ પછી કામ છોડી ચાલ્યો જાય છે.

$\therefore B$  એ કરેલા કામના દિવસો =  $(x + 23)$  દિવસ

$$\therefore \frac{x}{45} + \frac{x + 23}{40} = 1$$

$$\frac{8x + 9x + 207}{360} = 1$$

$$17x = 153$$

$$\therefore x = 9$$

$\therefore A$  એ 9 દિવસ પછી કામ છોડી ચાલ્યો ગયો હશે.

## ભાગીદારી

1. રમેશ અને મહેશ અનુકૂળ રૂ.50,000 અને રૂ.30,000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. વર્ષને અંતે રૂ.24,000 નફો થાયતો દરેકને ભાગે કેટલો નફો આવશે?

$$\text{રમેશ અને મહેશના રોકાણનો ગુણોત્તર} = 50,000 : 30,000 \\ = 5 : 3$$

નફો રૂ.24,000 ને 5:3 ના ગુણોત્તરમાં વહેંચવાથી

$$\text{રમેશને મળતો નફો} = \frac{5}{8} \times 24,000 = 15,000 \text{ રૂ.}$$

$$\text{મહેશને મળતો નફો} = \frac{3}{8} \times 24,000 = 9,000 \text{ રૂ.}$$

**Short cut**

$$\text{રમેશને મળતો નફો} = \frac{A_1 \times P}{A_1 + A_2}, \quad \text{મહેશને મળતો નફો} = \frac{A_2 \times P}{A_1 + A_2}$$

$$= \frac{50,000 \times 24,000}{50,000 + 30,000}$$

$$= \frac{50,000 \times 24,000}{80,000}$$

$$= 15,000 \text{ રૂ.}$$

$$\text{મહેશને મળતો નફો} = \frac{30,000 \times 24,000}{50,000 + 30,000}$$

$$= \frac{30,000 \times 24,000}{80,000}$$

$$= 9,000 \text{ રૂ.}$$

2. A, B અને C અનુકૂળ રૂ.27,000, રૂ.81,000 અને રૂ.72,000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. જો મુડીના પ્રમાણમાં નફાની વહેંચણી કરવામાં આવતી હોય અને B ને ભાગે રૂ.36,000 નફો આવે તો કુલ નફો કેટલો થયો હશે?

$$\text{A, B અને C ના રોકાણનો ગુણોત્તર} = 27,000 : 81,000 : 72,000 \\ = 3 : 9 : 8$$

$$B \text{ ને મળતો નફો} = \frac{9}{20} \times \text{કુલ નફો}$$

$$36,000 = \frac{9}{20} \times \text{કુલ નફો}$$

$$\frac{36,000 \times 20}{9} = \text{કુલ નફો}$$

$$\text{કુલ નફો} = 80,000 \text{ રૂ.}$$

$\therefore$  કુલ નફો રૂ. 80,000 થયો છે.

3. A, B અને C અનુક્રમે 7 કલાક, 8 કલાક અને 11 કલાક કામ કરીને રૂ. 5200 કમાય છે તો B ને ભાગે કેટલા રૂપીયા આવશે?

$$A, B \text{ અને } C \text{ નફોનું \text{પ્રમાણ} = 7 : 8 : 11$$

$$\begin{aligned} B \text{ ને ભાગે મળતી રકમ} &= \frac{8}{26} \times 5200 \\ &= 1600 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

4. રમેશ, મહેશ અને સુરેશ કુલ રૂ. 47,000 રોકાણ વેપાર શરૂ કરે છે. રમેશનું રોકાણ મહેશ કરતા રૂ. 7000 વધારે છે. જ્યારે મહેશનું રોકાણ સુરેશ કરતા રૂ. 5000 વધારે છે. જો કુલ નફો રૂ. 9400 થાય તો મહેશને ભાગે કેટલો નફો આવે?

$$\text{ધારોકે સુરેશનું રોકાણ} = x \text{ રૂ.}$$

$$\text{મહેશનું રોકાણ} = (x + 5000) \text{ રૂ.}$$

$$\begin{aligned} \text{રમેશનું રોકાણ} &= (x + 5000 + 7000) \text{ રૂ.} \\ &= (x + 12,000) \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

$$\text{કુલ રોકાણ} = x + x + 5000 + x + 12,000$$

$$47,000 = 3x + 17,000$$

$$30,000 = 3x$$

$$10,000 = x$$

$$\therefore \text{સુરેશનું રોકાણ} = 10,000 \text{ રૂ.}$$

$$\text{મહેશનું રોકાણ} = 15,000 \text{ રૂ.}$$

$$\text{રમેશનું રોકાણ} = 22,000 \text{ રૂ.}$$

$$\begin{aligned} \text{ત્રણેયના રોકાણનો ગુણોત્તર} &= 22,000 : 15,000 : 10,000 \\ &= 22 : 15 : 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{મહેશને ભાગે મળતો નફો} &= \frac{15 \times 9400}{47} \\ &= 3000 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

5. A અને B એક ભાગીદારીમાં વેપાર કરીને અનુક્રમે રૂ.360 અને રૂ.450 નફો મેળવે છે. જો A નું રોકાણ રૂ.8000 હોય તો B નું રોકાણ શોધો.

ધીરોકે B નું રોકાણ =  $x$  રૂ.

A અને B ના રોકાણ અને નફાનો ગુણોત્તર

$$8000 : x = 360 : 450$$

$$x \times 360 = 8000 \times 450$$

$$x = \frac{8000 \times 450}{360}$$

$$x = 10,000 \text{ રૂ.}$$

6. A, B અને C ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. A રૂ.1000 નું રોકાણ 10 માસ માટે, B રૂ.1200 નું રોકાણ 4 માસ માટે અને C રૂ.1400 નું રોકાણ 8 માસ માટે કરે છે. જીવર્ષને અંતે રૂ.5850 નફો થાય તો દરેકને ભાગે કેટલો નફો આવે?

$$A \text{નું } 1 \text{ માસ નું રોકાણ} = 1000 \times 10 = 10,000 \text{ રૂ.}$$

$$B \text{નું } 1 \text{ માસ નું રોકાણ} = 1200 \times 4 = 4800 \text{ રૂ.}$$

$$C \text{નું } 1 \text{ માસ નું રોકાણ} = 1400 \times 8 = 11,200 \text{ રૂ.}$$

$$\text{ત્રણેયના રોકાણનો ગુણોત્તર} = 10,000 : 4800 : 11,200 \text{ રૂ.}$$

$$= 25 : 12 : 28$$

$$A \text{ને મળતો નફો} = \frac{25}{65} \times 5850 = 2250 \text{ રૂ.}$$

$$B \text{ને મળતો નફો} = \frac{12}{65} \times 5850 = 1080 \text{ રૂ.}$$

$$C \text{ને મળતો નફો} = \frac{28}{65} \times 5850 = 2520 \text{ રૂ.}$$

7. A રૂ.4500 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. ત્યારબાદ થોડા સમય બાદ B રૂ.3000 રોકી જોડાય છે. જો વર્ષને અંતે નફાનું પ્રમાણ 2:1 હોય તો B એ કેટલો સમય રોકાણ કર્યું હશે?

ધીરોકે B એ રૂ. મહીના માટે રોકાણ કરેલ છે.

$$\therefore \text{તેનું } 1 \text{ માસ નું રોકાણ} = 3000x$$

$$A \text{ એ } 4500 \text{ રૂ. } 12 \text{ માસ માટે રોકેલ છે.}$$

$$\therefore \text{તેનું } 1 \text{ માસ નું રોકાણ} = 4500 \times 12$$

$$= 54000$$

A અને B ના રોકાણ અને નફાનો ગુણોત્તર

$$54000 : 3000x = 2:1$$

$$54000 \times 1 = 3000x \times 2$$

$$\frac{54000}{3000 \times 2} = x$$

$$x = 9$$

∴ B એ 9 માસ સુધી રોકાણ કરેલ છે.

**Short cut**  $\frac{A \text{ નું મુડી રોકાણ} \times A \text{ નો રોકાણ સમય}}{B \text{ નું મુડી રોકાણ} \times B \text{ નો રોકાણ સમય}} = \frac{A \text{ નો નફો}}{B \text{ નો નફો}}$

$$\frac{4500 \times 12}{3000 \times x} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{4500 \times 12}{3000 \times 2} = x$$

$$x = 9$$

8. A અને B અનુક્રમે 12:11 ના પ્રમાણમાં મુડીરોકાણ કરી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરેલ છે. જો વર્ષના અંતે નફાનો ગુણોત્તર 4:1 હોય અને A નું રોકાણ 11 માસ માટે નું હોય તો B એ કેટલા માસ માટે રોકાણ કરેલ છે?

**Short cut**

$$\frac{A \text{ નું મુડી રોકાણ} \times A \text{ નો રોકાણ સમય}}{B \text{ નું મુડી રોકાણ} \times B \text{ નો રોકાણ સમય}} = \frac{A \text{ નો નફો}}{B \text{ નો નફો}}$$

$$\frac{12 \times 11}{11 \times x} = \frac{4}{1}$$

$$x = \frac{12 \times 11}{11 \times 4}$$

$$x = 3$$

9. A નું મુડીરોકાણ B કરતા બમણું છે. B નું મુડીરોકાણ C કરતા ત્રણ ગણું છે તો ત્રણેયના મુડીરોકાણનો ગુણોત્તર શોધો.

$$\text{ધારોકે } C \text{ નું મુડીરોકાણ} = x \text{ રૂ.}$$

$$B \text{ નું મુડીરોકાણ} = 3x \text{ રૂ.}$$

$$A \text{ નું મુડીરોકાણ} = 6x \text{ રૂ.}$$

$$\therefore A:B:C = 6x:3x:x$$

$$\therefore A:B:C = 6:3:1$$

10. કેતન અને કમલેશ 3:2ના પ્રમાણમાં મુડીરોકાણ કરી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. નફાના 5% ધર્મિદાખર્ય ખાતે ઉપયોગમાં લેવાનું નક્કી કરેલ છે. જો કેતનને ભાગે રૂ. 855 નફો મળે તો કુલ નફો શોધો.

$$\text{ધારોકે કુલ નફો} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore \text{ધર્મિદાખર્ય} = 5 \text{ રૂ.}$$

$$\text{વહેચણી પાત્ર નફો} = \frac{95}{100} \text{ રૂ.}$$

$$\begin{aligned}\text{કેતનને મળતો નફો} &= \frac{3}{5} \times 95 \\ &= 57 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

$$\text{રૂ. } 57 \text{ કેતનને ભાગે નફો મળે તો કુલ નફો = } 100 \text{ રૂ.$$

$$\therefore \text{રૂ. } 855 \text{ કેતનને ભાગે નફો મળે તો કુલ નફો = ?$$

$$\frac{100 \times 855}{57} = 1500 \text{ રૂ.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{કુલ નફો} &= \text{કેતનને મળતો નફો} \left( \frac{100}{100-R} \right) \left( \frac{\text{બતેના મુડી પ્રમાણનો સરવાળો}}{\text{કેતનનું મુડી પ્રમાણ}} \right) \\ &= 855 \left( \frac{100}{100-5} \right) \left( \frac{3+2}{3} \right) \\ &= 1500 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

11. A, B અને C ના મુડીરોકાણનો ગુણોત્તર 1/4 : 1/5 : 1/6 છે. જો નફો રૂ. 4070 થયો હોય તો B ને ભાગે કેટલો નફો આવે?

$$A, B \text{ અને } C \text{ ના મુડીરોકાણનો ગુણોત્તર = 1/4 : 1/5 : 1/6$$

4, 5 અને 6 નો લ.સા.અ. 60 હોવાથી

$$\begin{aligned}\text{ત્રણોયનું પ્રમાણ} &= \frac{60}{4} : \frac{60}{5} : \frac{60}{6} \\ &= 15 : 12 : 10\end{aligned}$$

$$B \text{ ને મળતો નફો} = \frac{12}{37} \times 4070 = 1320 \text{ રૂ.}$$

12. A એક કામ 6 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જ્યારે B તે જ કામ 5 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જો બતે સાથે તે કામ પૂરું કરે અને તે કામના મહેનતાણાના રૂ. 2200 મળે તો બતે ને ભાગે કેટલી રકમ આવશે?

A ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ = 6

$$\therefore \text{તેનું એક દિવસનું કામ} = 1/6$$

B ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ = 5

∴ તેનું એક દિવસનું કામ =  $\frac{1}{5}$

$$\text{બત્રેનો ગુણોત્તર} = \frac{1}{6} : \frac{1}{5} \\ = 5:6$$

$$A \text{ ને મળતી રકમ} = \frac{5}{11} \times 2200 = 1000 \text{ રૂ.}$$

$$B \text{ ને મળતી રકમ} = \frac{6}{11} \times 2200 = 1200 \text{ રૂ.}$$

13. 3 પુરુષો અને 4 લીડી 7 દિવસ કામ કરી રૂ. 756 કમાય છે જ્યારે 11 પુરુષો અને 13 લીડીઓ 8 દિવસ કામ કરી રૂ. 3008 કમાય છે. તો 7 પુરુષો અને 9 લીડીઓ કેટલા દિવસમાં રૂ. 2480 કમાય?

ધારેકે 1 પુરુષની 1 દિવસની કમાણી =  $x$  રૂ.

1 લીડીની 1 દિવસની કમાણી =  $y$  રૂ.

$$(3x + 4y) \text{ ને } 7 \text{ દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી} = 756 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore (3x + 4y) \text{ ને } 1 \text{ દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી} = \frac{756}{7} = 108 \text{ રૂ.}$$

$$(11x + 13y) \text{ ને } 8 \text{ દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી} = 3008 \text{ રૂ.}$$

$$(11x + 13y) \text{ ને } 1 \text{ દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી} = \frac{3008}{8} = 376 \text{ રૂ.}$$

$$3x + 4y = 108 \rightarrow (1)$$

$$11x + 13y = 376 \rightarrow (2)$$

સમીક્ષા 1 ને 11 વડે અને સમીક્ષા 2 ને 3 વડે ગુણતા

$$33x + 44y = 1188$$

$$\underline{33x + 39y = 1128}$$

$$5y = 60 \therefore y = 12$$

y ની કિંમત સમીક્ષા 1માં મુક્તા x = 20

$$1 \text{ પુરુષની } 1 \text{ દિવસની કમાણી} = x = 20 \text{ રૂ.}$$

$$1 \text{ લીડીની } 1 \text{ દિવસની કમાણી} = y = 12 \text{ રૂ.}$$

$$7 \text{ પુરુષો અને } 9 \text{ લીડીઓ } 1 \text{ દિવસની કમાણી} = (20 \times 7) + (12 \times 9)$$

$$= 140 + 108$$

$$= 248 \text{ રૂ.}$$

જડપી ગણિત : 100 :

248 રૂ. કમાતા 7 પુરુષો અને 9 સ્ત્રીને લાગતો સમય = 1 દિવસ

∴ 2480 રૂ. કમાતા 7 પુરુષો અને 9 સ્ત્રીને લાગતો સમય = ?

$$\frac{2480 \times 1}{248} = 10 \text{ દિવસ}$$

∴ 7 પુરુષ અને 9 સ્ત્રીને 2480 કમાતા 10 દિવસ લાગે.

## પ્રકિટસ

1. રમેશ અને મહેશ અનુક્રમે 8000 અને 10,000 રોકી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે તો વર્ષના અંતે નફો-નુકસાન ક્યા પ્રમાણમાં વહેચી શકાય?
2. A અને B અનુક્રમે 3900 અને 4200 રૂ. રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે રૂ. 20250 નફો થાય તો B ને ભાગે કેટલો નફો આવે?
3. ગીતા અને સીતા અનુક્રમે 4000 રૂ. અને 6000 રૂ. રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે સીતાને રૂ. 12000 નફો મળે તો ગીતાને કેટલો નફો મળે?
4. A, B અને C અનુક્રમે 5000 રૂ. 7000 રૂ. અને 8000 રૂ. રોકી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે રૂ. 16000 નફો થાય તો C ને ભાગે કેટલો નફો આવે?
5. મીતા રૂ. 80,000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. ગીતા 3 મહીના પછી રૂ. 50,000 રોકી જોડાય છે. જો વર્ષને અંતે રૂ. 23500 નફો મળે તો દરેકને ભાગે કેટલો નફો મળે?
6. A અને B અનુક્રમે 8000 અને 1000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. 6 મહિના પછી C રૂ. 6000 રોકી વેપારમાં સામેલ થાય છે. જો ત્રણ વર્ષને અંતે રૂ. 9660 નફો થાય તો દરેકને ભાગે કેટલો નફો આવે?
7. A, B અને C ને એક વેપારમાં રૂ. 7200 નફો મળે છે. જો A નું રોકાણ રૂ. 8000 હોય અને A અને C ને અનુક્રમે રૂ. 1920 અને રૂ. 2880 નફો મળે તો B એ કરેલું રોકાણ શોધો.
8. A અને B એક વેપાર 5 : 6 ના પ્રમાણમાં મુડી રોકી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. 5 મહિના પછી B પોતાની મુડી પાછી મેળવી લેછે. જો વર્ષને અંતે નફાનું પ્રમાણ 2 : 3 હોય તો A એ કેટલા સમય મુડી વેપારમાં રોકી હશે?
9. A અને B પોતાની મુડી 5 : 6 ના પ્રમાણમાં રોકી એક વેપાર શરૂ કરે છે. 8 મહીના પછી A પોતાની મુડી પાછી મેળવી લેછે. જો વર્ષને અંતે નફાનું પ્રમાણ 5 : 9 મળે તો B એ કેટલા માસ સુધી તેની મુડીનું રોકાણ કર્યું હશે?
10. A અને B અનુક્રમે 2500 રૂ. અને 7500 રૂ. રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. A ને વહીવટ કરવાના નફામાંથી 15% મળે છે. જો કુલ નફો રૂ. 52000 થાય તો B ને નફામાંથી કેટલો ભાગ મળે?
11. A એક વેપાર રૂ. 3400 રોકી શરૂ કરે છે. B અને C અનુક્રમે 3 મહિના અને 6 મહિના પછી જોડાય છે. જો નફાનું પ્રમાણ 2 : 3 : 5 ના પ્રમાણમાં વહેચવામાં આવે તો C એ કેટલા રૂપિયાનું રોકાણ વેપારમાં કર્યું હશે?

12. રીતા, ગીતા અને સીતા કુલ રૂ. 14000 રોકી એક વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે ત્રણેયને નફો અનુકૂળ રૂ. 3375, રૂ. 11250 અને રૂ. 6375 મળે તો રીતાનું મુડીરોકાણ શોધો.

**જવાબો**

1. રમેશ અને મહેશના રોકાણનો ગુણોત્તર =  $8000:10000$

$$= 8:10$$

$$= 4:5$$

નફો - નુકસાનનો ગુણોત્તર = 4:5

2.  $B$ ને મળતો નફો =  $\frac{A_2 \times p}{A_1 + A_2}$

$$= \frac{4200 \times 20250}{3900 + 4200}$$

$$= \frac{4200 \times 20250}{8100}$$

$$= 10,500$$

3. ગીતા અને સીતાની મુડી અને નફાનો ગુણોત્તર

$$4000:6000 = x:12000$$

$$4000 \times 12000 = 6000 \times x$$

$$\frac{4000 \times 12000}{6000} = x$$

$$8000 = x$$

ગીતાને 8000 રૂ. નફો મળે.

4. A, B અને C નું મુડીરોકાણનું પ્રમાણ = 5000:7000:8000

$$= 5:7:8$$

Cને મળતો નફો =  $\frac{8}{20} \times 16000$   
 $= 6400$  રૂ.

$\therefore$  C ને રૂ. 6400 નફો મળશે.

5. ભીતાને મળતો નફો =  $\frac{A_1 t_1 \times P}{A_1 t_1 + A_2 t_2}$   
 $= \frac{80000 \times 12 \times 23500}{(80000)(12) + (50000 \times 9)}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{80000 \times 12 \times 23500}{960000 + 450000} \\
 &= \frac{80000 \times 12 \times 23500}{1410000} \\
 &= 16000
 \end{aligned}$$

ગીતાને મળતો નફો =  $23500 - 16000 = 7500$

6. A પોતાનું રોકાણ 36 માસ માટે, B તેનું રોકાણ 36 માસ માટે જ્યારે C તેનું રોકાણ 30 માસ માટે કરેછે.

A નું 1 માસનું રોકાણ =  $8000 \times 36 = 288000$  રૂ.

B નું 1 માસનું રોકાણ =  $1000 \times 36 = 36000$  રૂ.

C નું એક માસનું રોકાણ =  $6000 \times 30 = 1,80,000$  રૂ.

A, B અને Cના રોકાણનો ગુણોત્તર =  $288000 : 36000 : 180000$   
 $= 8:1:5$

A ને મળતો નફો =  $\frac{8}{14} \times 9660 = 5520$  રૂ.

B ને મળતો નફો =  $\frac{1}{14} \times 9660 = 690$  રૂ.

C ને મળતો નફો =  $\frac{5}{14} \times 9660 = 3450$  રૂ.

7. કુલ નફો = 7200 રૂ.

A અને Cને મળતો કુલ નફો =  $1920 + 2880 = 4800$

Bને મળતો નફો =  $7200 - 4800 = 2400$

A અને Bના રોકાણનો ગુણોત્તર = નફાનો ગુણોત્તર

$8000:x = 1920:2400$

$\therefore 1920x = 8000 \times 2400$

$\therefore x = \frac{8000 \times 2400}{1920}$

= 10,000

$\therefore$  B એ કરેલું રોકાણ રૂ. 10,000 હશે.

8.  $\frac{A \text{ નું મુડી રોકાણ} \times A \text{ નો રોકાણ સમય}}{B \text{ નું મુડી રોકાણ} \times B \text{ નો રોકાણ સમય}} = \frac{A \text{ નો નફો}}{B \text{ નો નફો}}$

ધારોકે A એ x માસ માટે મુડી રોકાણ કર્યું હશે.

$$\frac{5 \times x}{6 \times 5} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2 \times 6 \times 5}{5 \times 3}$$

$$x = 4 \text{ માસ}$$

$\therefore A$  એ પોતાની મુડી 4 માસ સુધી વેપારમાં રોકી હશે.

9.  $\frac{A \text{નું મુડી રોકાણ} \times A \text{નો રોકાણ સમય}}{B \text{નું મુડી રોકાણ} \times B \text{નો રોકાણ સમય}} = \frac{A \text{નો નફો}}{B \text{નો નફો}}$

$$\frac{5 \times 8}{6 \times x} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{5 \times 8 \times 9}{5 \times 6} = x$$

$$12 = x$$

$\therefore B$  એ 12 માસ સુધી મુડી રોકાણ કર્યું હશે.

10. A ને વહીવટીના નફામાંથી ભળતી રકમ =  $\frac{52000 \times 15}{100}$   
 $= 7800 \text{ રૂ.}$

$$\text{બાકી રહેતો વહેચાલી પાત્રનફો} = 52000 - 7800  
 $= 44200 \text{ રૂ.}$$$

$$A \text{ અને } B \text{ ના મુડી રોકાણ નું પ્રમાણ} = 2500 : 7500  
 $= 1 : 3$$$

$$B \text{ ને ભળતો નફો} = \frac{3}{4} \times 44200  
 $= 33150 \text{ રૂ.}$$$

11. ધારોકે B અને C એ અનુક્રમે x રૂ. અને y રૂ. નું રોકાણ કર્યું હશે.

$$A \text{ નું } 1 \text{ મહીનાનું રોકાણ} = 3400 \times 12  
 $= 40800 \text{ રૂ.}$$$

$$\text{તેજ રીતે } B \text{ નું } 1 \text{ માસનું રોકાણ} = 9x$$

$$C \text{ નું } 1 \text{ માસનું રોકાણ} = 6y$$

$$40800 : 6y = 2 : 5$$

$$\frac{40800}{6y} = \frac{2}{5}$$

$$y = \frac{5 \times 40800}{2 \times 6}$$

$$y = 17000 \text{ રૂ.}$$

∴ C એ રૂ. 17000 નું રોકાણ કર્યું હશે.

12. રીતા, ગીતા અને સીતાનો નફાનો ગુણોત્તર = 3375 : 11250 : 6375

$$= 9 : 30 : 17$$

$$\text{સરવાળો} = 9 + 30 + 17 = 56$$

$$\text{રીતાએ કરેલ મુડી રોકાણ} = \frac{9 \times 14000}{56}$$

$$= 2250 \text{ રૂ.}$$

## નફો - ખોટ

મૂળકિંમત	: કોઈપણ વસ્તુ ખરીદતા જે રકમ ચૂકવવી પડે તેને વસ્તુની મૂળકિંમત કહેવાય છે.
વેચાણકિંમત	: કોઈપણ વસ્તુ વેચવાથી જે રકમ ઉપજે તેને વસ્તુની વેચાણકિંમત કહેવાય છે.
નફો	: જો વેચાણકિંમત કરતા મૂળકિંમત ઓછી હોય તો નફો થાય છે. એટલે કે નફો = વેચાણકિંમત - મૂળકિંમત
ખોટ	: જો વેચાણકિંમત કરતા મૂળકિંમત વધારે હોય તો ખોટ જાય છે. એટલે કે ખોટ = મૂળકિંમત - વેચાણકિંમત
નફો (ટકામાં)	: 100રૂ.ની મૂ.ક્ર.ની વસ્તુ પર જેટલા રૂપીયા નફો થાય તેટલા ટકા નફો થયો ગણાય.
ખોટ (ટકામાં)	: 100રૂ.ની મૂ.ક્ર.ની વસ્તુ પર જેટલા રૂપીયા નુકસાન થાય તેટલા ટકા ખોટ થઈ ગણાય.
	$\text{નફો (\%)} = \frac{\text{નફો} \times 100}{\text{મૂ.ક્ર.}}$ અને $\text{ખોટ (\%)} = \frac{\text{ખોટ} \times 100}{\text{મૂ.ક્ર.}}$
	$\text{પડતરકિંમત} = \text{મૂળકિંમત} + \text{ખરાજાત ખર્ચ}$

### ઉદાહરણો

1. એક વસ્તુ રૂ.600માં ખરીદીને રૂ.820માં વેચતા કેટલા રૂપીયા નફો થાય?

$$\begin{aligned}\text{નફો} &= \text{વે.ક્ર.} - \text{મૂ.ક્ર.} \\ &= 820 - 600 \\ &= 220 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

2. એક વસ્તુ રૂ.850માં ખરીદીને રૂ.700માં વેચતા કેટલા રૂપીયા ખોટ જાય?

$$\begin{aligned}\text{ખોટ} &= \text{મૂ.ક્ર.} - \text{વે.ક્ર.} \\ &= 850 - 700 \\ &= 150 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

3. એક ટેબલ રૂ.760માં ખરીદીને રૂ.950માં વેચતા કેટલા ટકા નફો થાય?

$$\begin{aligned}\text{નફો} &= \text{વે.ક્ર.} - \text{મૂ.ક્ર.} \\ &= 950 - 760 \\ &= 190 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

$$760 \text{ રૂ.} \text{ની મૂળકિંમત પર મળતો નફો} = 190$$

$$\therefore 100 \text{રૂ.} \text{ની મૂળકિંમત પર મળતો નફો} = ?$$

$$\frac{190 \times 100}{760} = 25 \%$$

**Short cut**

$$\text{નફો (\%)} = \frac{\text{નફો} \times 100}{\text{મૂ.ક્રિ.}} \\ = \frac{190 \times 100}{760} \\ = 25\%$$

4. એક વस્તુ રૂ.850માં ખરીદીને રૂ.680માં વેચવાથી કેટલા ટકા ખોટ જાય?

$$\text{ખોટ} = \text{મૂ.ક્રિ.} - \text{વે.ક્રિ.} \\ = 850 - 680 \\ = 170 \text{ રૂ.}$$

850 રૂ.ની મૂ.ક્રિ. પર થતી ખોટ = 170 રૂ.

$\therefore 100 \text{ રૂ.ની મૂ.ક્રિ. પર થતી ખોટ} = ?$

$$\frac{170 \times 100}{850} = 20\%$$

**Short cut**

$$\text{ખોટ (\%)} = \frac{\text{ખોટ} \times 100}{\text{મૂ.ક્રિ.}} \\ = \frac{170 \times 100}{850} \\ = 20\%$$

5. એક વસ્તુ રૂ.120માં ખરીદીને 12% નફો લઈને વેચવી હોય તો વસ્તુની વેચાણ કિંમત કેટલા રૂપીયા હશે?

$$100 \text{ રૂ.ની મૂ.ક્રિ. પર મળતો નફો} = 12 \text{ રૂ.}$$

$\therefore 120 \text{ રૂ.ની મૂ.ક્રિ. પર મળતો નફો} = ?$

$$\frac{12 \times 120}{100} = 14.4\%$$

$$\begin{aligned} \text{વેચાણ કિંમત} &= \text{મૂળ કિંમત} + \text{નફો} \\ &= 120 + 14.4 \\ &= 134.40 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 \text{a.} \text{.} \text{.} \text{.} &= \left( \frac{100 + \text{नक्षा} (\%) }{100} \right) \times \text{मू.} \text{.} \text{.} \\
 &= \left( \frac{100 + 12}{100} \right) \times 120 \\
 &= \left( \frac{112}{100} \right) \times 120 \\
 &= \frac{1344}{10} \\
 &= 134.4 \text{ રૂ.}
 \end{aligned}$$

6. એક વस્તુ રૂ. 1530માં વેચવાથી મૂ. ક્ર. પર 10% ખોટ જાય છે તો વસ્તુની મૂળકિંમત શોધો.

$$\text{ધારોકે વસ્તુની મૂ.} \text{.} \text{.} \text{.} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$\text{ખોટ} = \frac{10}{100} \text{ રૂ.}$$

$$\text{વ.} \text{.} \text{.} \text{.} = \frac{90}{100} \text{ રૂ.}$$

$$90 \text{ રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.} \text{.} \text{.} \text{.} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 1530 \text{ રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.} \text{.} \text{.} \text{.} = ?$$

$$\frac{100 \times 1530}{90} = 1700 \text{ રૂ.}$$

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 \text{મૂ.} \text{.} \text{.} \text{.} &= \frac{100}{100 - \text{ખોટ} (\%)} \times \text{વ.} \text{.} \text{.} \text{.} \\
 &= \frac{100}{100 - 10} \times 1530 \\
 &= \frac{100}{90} \times 1530 \\
 &= 1700
 \end{aligned}$$

7. એક વસ્તુ રૂ. 1620માં વેચવાથી 10% ખોટ જાય છે. જો 5% નક્ષો મેળવવો હોય તો તે વસ્તુ કેટલા રૂપીયામાં વેચવી પડશે?

$$\text{ધારોકે વસ્તુની મૂ.} \text{.} \text{.} \text{.} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$10\% \text{ખોટ} = 10 \text{ રૂ.}$$

$$\text{વ.} \text{.} \text{.} \text{.} = \frac{90}{100} \text{ રૂ.}$$

90 રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.ક્રિ. = 100 રૂ.

$\therefore$  1620 રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.ક્રિ. = ?

$$\frac{100 \times 1620}{90} = 1800 \text{ રૂ.}$$

વસ્તુની મૂ.ક્રિ. ૫૨ ૫% નફો મેળવવાનો છે.

$$100 + 5 = 105 \text{ રૂ. વે.ક્રિ. થાય.}$$

100 રૂ. મૂળ કિંમત હોય તો વસ્તુની વે.ક્રિ. = 105 રૂ.

$\therefore$  1800 રૂ. મૂળ કિંમત હોય તો વસ્તુની વે.ક્રિ. = ?

$$\frac{105 \times 1800}{100} = 1890 \text{ રૂ.}$$

$\therefore$  વસ્તુની વેચાણ કિંમત રૂ. 1890 થાય.

**Short cut**

$$\begin{aligned} \text{મૂ.ક્રિ.} &= \left( \frac{100}{100 - \text{ખોટ} (\%)} \right) \times \text{વે.ક્રિ.} \\ &= \left( \frac{100}{100 - 10} \right) \times 1620 \\ &= \frac{100 \times 1620}{90} \\ &= 1800 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{વે.ક્રિ.} &= \left( \frac{100 + \text{નફો} (\%)}{100} \right) \times \text{મૂ.ક્રિ.} \\ &= \left( \frac{100 + 5}{100} \right) \times 1800 \\ &= \frac{105 \times 1800}{100} \\ &= 1890 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

8. એક વસ્તુની મૂ.ક્રિ. ૫૨ વેપારી ૨૫% નફો ઉમેરીને ૨૫% વળતર આપે તો તેને કેટલા ટકા નફો કે ખોટ જાય?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.ક્રિ. = 100 રૂ.

$$25\% \text{ નફો} = 25 \text{ રૂ.}$$

$$\text{વે.ક્રિ.} = 125 \text{ રૂ.}$$

125 રૂ. વેચાણ કિંમત પર ૨૫% વળતર આપવાનું છે.

100 રૂ. પર મળતું વળતર = 25 રૂ.

$\therefore$  125 રૂ. પર મળતું વળતર = ?

$$\frac{125 \times 25}{100} = \frac{3125}{100} = 31.25 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 125 - 31.25 = 93.75 \text{ રૂ.}$$

$\therefore$  વસ્તું રૂ. 93.75માં વેચવી પડે.

100 રૂ. ની મૂ.ક્રિ. ની વસ્તુ રૂ. 93.75માં વેચવાથી 6.25 રૂ. ખોટ જાય છે. તેથી 100 રૂ. ની મૂ.ક્રિ. ૫૨ ૬.૨૫ રૂ. ખોટ જતી હોવાથી ૬.૨૫% ખોટ જાય છે.

### Short cut

જ્યારે વસ્તુની મૂ.ક્રમ. ૫૨ જે ટલા ટકા નફો અપાય તે ટલા જ ટકા વળતર આપવામાં આવે ત્યારે હંમેશા ખોટ % જાય છે.

$$\text{ખોટ } (\%) = \frac{x^2}{100} \quad (\text{જ્યાં } x=25) \\ = \frac{(25)^2}{100} \\ = \frac{625}{100} = 6.25\%$$

9. A એક ઘડિયાળ Bને 5% નફો ઉમેરીને વેચે છે. B તે ઘડિયાળ 10% નફો ઉમેરીને Cને વેચે છે. જો Cને ઘડિયાળ રૂ.462માં ખરીદે તો A એ તે ઘડિયાળ કેટલા રૂપીયામાં ખરીદી હશે?

ધારેકે A એ તે ઘડિયાળ 100 રૂ.માં ખરીદી હશે.

5% નફો ઉમેરતા તે B ને રૂ.105માં વેચે છે.

B 10% નફો ઉમેરે છે એટલે કે 10.50 રૂ. નફો એટલે B તે C ને 115.50માં વેચે છે.

115.50 કિંમત ચૂકવવાની હોય તો મૂ.ક્રમ. = 100

$\therefore$  462 કિંમત ચૂકવવાની હોય તો મૂ.ક્રમ. = ?

$$\frac{100 \times 462}{115.50} = 400 \text{ રૂ.}$$

$\therefore$  A એ તે ઘડિયાળ રૂ.400માં ખરીદી હશે.

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{Aની ખરીદ કિંમત} &= \frac{100 \times 100 \times P}{(100+a)(100+b)} && \text{જ્યાં } a = 5 \\ &= \frac{100 \times 100 \times 462}{(105)(110)} && b = 10 \\ &= 400 \text{ રૂ.} && P = 462 \end{aligned}$$

10. A એક વસ્તુનું 15% નફો ઉમેરીને Bને વેચે છે. B 20% નફો ઉમેરીને Cને વેચે છે. C 10% ખોટમાં તે વસ્તુ D ને વેચે છે. જો D એ તે વસ્તુના રૂ.3726 ચૂકવ્યા હોય તો A એ તે વસ્તુ કેટલા રૂપીયામાં ખરીદી હશે?

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 A\text{ની ખરીદ કિંમત} &= \frac{100 \times 100 \times 100 \times P}{(100+a)(100+b)(100-c)} \\
 &= \frac{100 \times 100 \times 100 \times 3726}{(100+15)(100+20)(100-10)} \\
 &= \frac{100 \times 100 \times 100 \times 3726}{115 \times 120 \times 90} \\
 &= 3000
 \end{aligned}$$

$\therefore A$  એ તે વસ્તુ રૂ.3000માં ખરીદી હશે.

11. એક વેપારી એક વસ્તુની વેચાણ કિંમત પર 20% નફો ઉમેરે છે. ફરી વસ્તુની માંગ વધવાથી તે 30% નફો ઉમેરે છે તો વેપારીને એકદરે કેટલા ટકા નફો થયો હશે?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.ક્ર. = 100 રૂ.

$$20\% \text{ નફો ઉમેરતા} = \frac{20}{120}$$

120 રૂ. પર 30% નફો ઉમેરતા 36 રૂ. નફો થાય છે.

$$120 + 36 = 156 રૂ.$$

$\therefore 100$ ની મૂ.ક્ર. વસ્તુ રૂ.156માં વેચાય છે. તેથી 56% નફો ગણાય

**Short cut**

$$\begin{aligned}
 \% \text{માંત્રાવત} &= \left( x+y+\frac{xy}{100} \right) \% \\
 &= \left( 20+30+\frac{20 \times 30}{100} \right) \% \\
 &= (50+6)\% \\
 &= 56\%
 \end{aligned}$$

12. એક વેપારી એક વસ્તુની કિંમત પર 10% નફો ઉમેરે છે. પરંતુ મંદીને કારણે ફરી 20% વળતર આપે તો વેપારીને કેટલા ટકા ખોટકે નફો થાય?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.ક્ર. = 100 રૂ.

$$10\% \text{ નફો} = \frac{10}{110}$$

110 રૂ.ની કિંમત પર 20% વળતર આપે છે એટલે કે રૂ.22 વળતર આપે છે.

$$\therefore 110 - 22 = 88$$

$\therefore 100$ રૂ. ની મૂ.ક્ર. ની વસ્તુ રૂ.88માં વેચાય છે તેથી 12 રૂ. ખોટજાય એટલે કે 12% ખોટ થાય.

16. એક વ્યક્તિ એક વસ્તુ 5% ખોટમાં વેચે છે. જો તે વસ્તુના રૂ.1800 વધારે મળે તો તેને 4% નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.ક્રિ. શોધો.

$$\text{ધારોકે વસ્તુની મૂ.ક્રિ.} = 100$$

$$5\% \text{ ખોટ} = \frac{5}{95}$$

4% નફો લેવા માટે વસ્તુ રૂ.104માં વેચતા

$$\therefore 104 - 95 = 9 \text{ રૂ. વધારે મળે તો } 4\% \text{ નફો થાય.}$$

$$9 \text{ રૂ. વધારે મળે તો વસ્તુની મૂ.ક્રિ.} = 100$$

$$\therefore 1800 \text{ વધારે મળે તો વસ્તુની મૂ.ક્રિ.} = ?$$

$$\frac{100 \times 1800}{9} = 20000 \text{ રૂ.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{મૂ.ક્રિ.} &= \left( \frac{z}{y+x} \right) \times 100 & \text{જ્યાં } z = 1800 \text{ રૂ.} \\ &= \left( \frac{1800}{5+4} \right) \times 100 & y = 5 \\ &= \left( \frac{1800}{9} \right) \times 100 & x = 4 \\ &= 20,000 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

17. એક વ્યક્તિ 9 નોટબુક 90રૂ.માં ખરીદીને 8 નોટબુક 88રૂ. માં વેચે તો તેને કેટલા ટકા નફો કે ખોટ જાય?

$$9 \text{ નોટબુકની કિંમત} = 90 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 1 \text{ નોટબુકની કિંમત} = 10 \text{ રૂ.}$$

$$8 \text{ નોટબુકની વે.ક્રિ.} = 88 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 1 \text{ નોટબુકની વે.ક્રિ.} = 11 \text{ રૂ.}$$

$$\text{નફો} = 11 - 10 = 1 \text{ રૂ.}$$

$$10 \text{ રૂ.ની મૂ.ક્રિ. પર મળતો નફો} = 1 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 100 \text{ ની મૂ.ક્રિ. પર મળતો નફો} = ?$$

$$\frac{100 \times 1}{10} = 10\%$$

**Short cut**

જો વ્યક્તિ x વસ્તુ y રૂ. માં ખરીદીને w વસ્તુ z રૂ. માં વેચે તો તેને મળતો નફો. (%)

$$\begin{aligned} \text{નફો } (\%) &= \left( \frac{zx}{wy} - 1 \right) \times 100 \% \\ &= \left( \frac{88 \times 9}{8 \times 90} - 1 \right) \times 100 \% \\ &= \left( \frac{11}{10} - 1 \right) \times 100 \% \\ &= 10 \% \end{aligned}$$

18. એક દુકાનદાર રૂ. 10 માં 11 બોલપેન ખરીદીને રૂ. 11 માં 10 બોલપેન વેચે તો તેને કેટલા ટકા નફો થાય?

$$11 \text{ બોલપેનની મૂ.ક્રમ.} = 10 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 110 \text{ બોલપેનની મૂ.ક્રમ.} = 100 \text{ રૂ.}$$

$$10 \text{ બોલપેનની વે.ક્રમ.} = 11 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore 110 \text{ બોલપેનની વે.ક્રમ.} = 121 \text{ રૂ.}$$

$$100 \text{ રૂ. ની મૂ.ક્રમ. પર મળતો નફો} = 121 - 100$$

$$= 21 \text{ રૂ.}$$

$$\therefore \text{મળતો નફો} = 21 \%$$

**Short cut**

$$\begin{aligned} \text{નફો } \% &= \left( \frac{b^2 - a^2}{a^2} \right) \times 100 \% && \text{જ્યાં } a = 10, b = 11 \\ &= \left( \frac{(11)^2 - (10)^2}{(10)^2} \right) \times 100 \% \\ &= \left( \frac{121 - 100}{100} \right) \times 100 \% \\ &= 21 \% \end{aligned}$$

જો જવાબ ત્રણા આવે તો તેટલા ટકા ખોટ થાય.

19. 56 રૂ.માં એક વस્તુ વેચવાથી મૂ.ક્રિ. જેટલા ટકા નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.ક્રિ. શોધો.

ધારો કે વસ્તુની મૂ.ક્રિ. =  $x$  રૂ.

$\therefore x\%$  નફો થાય.

100 રૂ. ની મૂ.ક્રિ. ૫૨ મળતો નફો =  $x$  રૂ.

$\therefore x$  રૂ. ની મૂ.ક્રિ. ૫૨ મળતો નફો = ?

$$\text{નફો} = \frac{x \times x}{100} = \frac{x^2}{100}$$

નફો = વે.ક્રિ. - મૂ.ક્રિ.

$$\frac{x^2}{100} = 56 - x$$

$$\therefore \frac{x^2}{100} + x - 56 = 0$$

$$x^2 + 100x - 5600 = 0$$

$$(x+140)(x-40) = 0$$

$$x+140=0 \text{ અથવા } x-40=0$$

$$x=-140 \text{ અથવા } x=40$$

કિંમત ઋણ નહોવાથી  $x = 40$  શક્ય છે.

$\therefore$  વસ્તુની મૂ.ક્રિ. = 40 રૂ.

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{મૂ.ક્રિ.} &= -50 \pm 10 \sqrt{25+x} \\ &= -50 \pm 10 \sqrt{25+56} \\ &= -50 \pm 10 \sqrt{81} \\ &= -50 + 10 \times 9 \\ &= -50 + 90 \\ &= 40 \text{ રૂ.} \end{aligned}$$

20. એક વસ્તુ રૂ.16માં વેચવાથી મૂ.ક્રિ. જેટલા ટકા ખોટ જાય તો વસ્તુની મૂ.ક્રિ. શોધો.

ધારો કે વસ્તુની મૂ.ક્રિ. =  $x$  રૂ.

$\therefore x\%$  ખોટ જાય

100 રૂ. મૂ.ક્રિ. ૫૨ થતી ખોટ =  $x$  રૂ.

$\therefore x$  રૂ. ની મૂ.ક્રિ. ૫૨ થતી ખોટ = ?

$$\text{ખોટ} = \frac{x^2}{100}$$

ખોટ = મૂ.કિ. - વે.કિ.

$$\frac{x^2}{100} = x - 16$$

$$\frac{x^2}{100} - x + 16 = 0$$

$$x^2 - 100x + 1600 = 0$$

$$(x-80)(x-20) = 0$$

$$x = 80 \text{ અથવા } x = 20$$

વસ્તુની મૂ.કિ. રૂ. 80 અથવા રૂ.20 હશે.

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{મૂ.કિ.} &= 50 \pm 10 \sqrt{25-x} \\ &= 50 \pm 10 \sqrt{25-16} \\ &= 50 \pm 10 \sqrt{9} \\ &= 50 \pm 10 \times 3 \\ &= 50 + 30 \text{ અથવા } 50 - 30 \\ &= 80 \text{ અથવા } 20 \end{aligned}$$

$x$  = વેચાણ કિંમત.

21. ધર્તના ભાવમાં 20% ઘટવાથી વ્યક્તિ રૂ.100ના બજેટમાં 2 કીલો વધુ લઈ શકે છે તો ધર્તનો જૂનો ભાવ અને નવો ભાવ શોધો.

ધારોકે ધર્તનો કિગ્રા દીઠ જૂનો ભાવ =  $x$  રૂ.

$$\therefore 100 \text{ રૂ.માં ખરીદી શકતા ધર્ત} = \frac{100}{x} \text{ કીલો}$$

20% ભાવ ઘટવાથી 100ની મૂ.કિ. પર ઘટેલો ભાવ = 80 રૂ.

$\therefore x$  ની મૂ.કિ. પર ઘટેલો ભાવ = ?

$$\frac{80 \times x}{100} = 0.8x$$

$$100 \text{ ના બજેટમાં આવતા ધર્ત} = \frac{100}{0.8x} \text{ કીલો}$$

$$= \frac{125}{x} \text{ કીલો}$$

$$\text{તરફારી} = \frac{125}{x} - \frac{100}{x}$$

$$2 = \frac{25}{x} \text{ ક્રીલો}$$

$$x = \frac{25}{2}$$

$$x = 12.5$$

$$\therefore \text{ઘણુંનો જુનો ભાવ} = 12.5$$

$$20\% \text{ ઘટવાથી } \frac{12.5 \times 20}{100} = 2.5 \text{ રૂ.}$$

$$\text{નવો ભાવ} = 12.5 - 2.5$$

$$= 10 \text{ રૂ.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{નવો ભાવ} &= \frac{xz}{100y} \\ &= \frac{20 \times 100}{100 \times 2} \\ &= 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{જુનો ભાવ} &= \frac{xz}{(100-x)y} \\ &= \frac{20 \times 100}{(100-20) \times 2} \\ &= \frac{2000}{80 \times 2} \\ &= 12.5 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= 20\% \\ y &= \text{વધેલ કિગ્રા.} \\ z &= \text{બજેટ}\end{aligned}$$

22. ચોખાના ભાવમાં 20 % વધારો થવાથી રૂ. 1200માં 2 કિગ્રા. ઓછા આવે છે તો ચોખાનો મૂળભાવ અને વધેલો ભાવ શોધો.

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{મૂળ ભાવ} &= \frac{xz}{(100+x)y} \\ &= \frac{20 \times 1200}{(100+20) \times 2} \\ &= \frac{20 \times 1200}{120 \times 2} \\ &= 100 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{નવો ભાવ} &= \frac{xz}{100y} \\ &= \frac{20 \times 1200}{100 \times 2} \\ &= 120 \text{ રૂ.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= 20\% \text{ વધારો} \\ z &= 25\% \\ y &= \text{કિગ્રા.}\end{aligned}$$

23. એક વેપારી રૂ.4200ની એક લેખે બે વસ્તુઓ વેચે છે. જેમાં એક વસ્તુ પર 20% નફો અને બીજી વસ્તુ પર 40% નફો થાયછે તો એકદરે કેટલા ટકા નફો થયો હશે?

$$\text{એક વસ્તુની વે.ડિ.} = 4200 \text{ રૂ. } \therefore \text{ બે વસ્તુની વે.ડિ.} = 2 \times 4200 = 8400 \text{ રૂ.}$$

$$\text{એક વસ્તુની મૂ.ડિ.} = \frac{100}{120} \times 4200 = 3500$$

$$\text{બીજી વસ્તુની મૂ.ડિ.} = \frac{100}{140} \times 4200 = 3000$$

$$\text{બસે વસ્તુની મૂ.ડિ.} = 3500 + 3000 = 6500$$

$$\text{નફો} = 8400 - 6500 = 1900$$

$$\text{નફો (\%)} = \frac{1900}{6500} \times 100$$

$$= 29.23\%$$

**Short cut**       $\text{નફો} = \left[ \frac{100x + 100y + 2xy}{(100+x) + (100+y)} \right] \%$

$$= \left[ \frac{(100)(20) + 100(40) + 2(20)(40)}{(100+20) + (100+40)} \right] \%$$

$$= \frac{7600}{260} \%$$

$$= 29.23\%$$

24. એક વ્યક્તિ રૂ.2500ની એક લેખે બે વસ્તુ વેચે છે. જેમાં એક વસ્તુ પર 50% ખોટ અને બીજી વસ્તુ પર 25% નફો થાયછે તો એકદરે કેટલા ટકા નફો કે ખોટ થાય?

**Short cut**       $\text{નફો કે ખોટ \%} = \left[ \frac{100x + 100y + 2xy}{(100+x) + (100+y)} \right] \%$

$$= \left[ \frac{100(-50) + 100(25) + 2(-50)(25)}{(100-50) + (100+25)} \right] \%$$

$$= \frac{-5000 + 2500 - 2500}{50 + 125} \%$$

$$= -\frac{5000}{175} \%$$

$$= -\frac{200}{7} \%$$

આજા જવાબ હોવાથી એકદરે  $-\frac{200}{7}\%$  ખોટ જાય

25. પ્રથમ 15 સંખ્યાની સરાસરી શોધો.

$$\text{સરાસરી} = \frac{n+1}{2} \quad \text{જ્યાં } n=15 \\ = \frac{15+1}{2} \\ = 8$$

26. એક વેપારી એક વસ્તુની કિંમત 10% વળતર આપીને પણ 25% નફો મેળવે છે. જો વસ્તુની છાપેલી કિંમત રૂ.50 હોય તો તેની મૂળકિંમત શોધો.

વેપારી 10% વળતર આપે છે.

$$\therefore 50 \text{ રૂ. } \times 10\% = 5 \text{ રૂ.}$$

$$\text{વસ્તુની વે.કિ.} = 50 - 5 = 45 \text{ રૂ.}$$

45 રૂ.માં વેચવાથી 25% નફો મળે છે.

$$125 \text{ રૂ.વે.કિ. } \text{હોય તો વસ્તુની મૂ.કિ.} = 100$$

$$\therefore 45 \text{ રૂ. વે.કિ. } \text{હોય તો વસ્તુની મૂ.કિ.} = ?$$

$$\frac{100 \times 45}{125} = 36 \text{ રૂ.}$$

27. એક દુકાનદાર બે ઘડિયાળ કુલ રૂ.650 માં ખરીદે છે. તેમાંની એક 20% અને એક 25% ખોટમાં વેચે છે. જો બસે ઘડિયાળની વેચાણકિંમત સરખી હોય તો બસે ઘડિયાળની મૂળકિંમત શોધો.

$$P = 650, A = 20, B = -25$$

$$\text{પહેલી ઘડિયાળની મૂ.કિ.} = \frac{(100+B)P}{200+A+B} \\ = \frac{(100-25) \times 650}{200+20-25} \\ = \frac{75 \times 650}{195} \\ = 250 \text{ રૂ.}$$

$$\text{બીજી ઘડિયાળની મૂ.કિ.} = \frac{(100+A) \times P}{200+A+B} \\ = \frac{(100+20) \times 650}{200+20-25} \\ = \frac{120 \times 650}{195} \\ = 400 \text{ રૂ.}$$

28. એક વસ્તુની મૂ.કિ.માં કેટલા ટકા વધારો કરવો જોઈએ કે જેથી 10% વળતર આપવાથી પણ 8% નફો થાય.

**Short cut**      ટકામાં વધારો =  $\frac{100(a+b)}{100-a} \% \quad \text{જ્યાં } a = 10, b = 8$

$$= \frac{100(10+8)}{100-10} \% \\ = 20\%$$

29. A એક વસ્તુ છાપેલી કિંમતના 10% નો ઉમેરીને Bને વહેચે છે. B તે 20% નફો ઉમેરીને Cને વહેચે છે. C તે વસ્તુ પર 30% નફો ઉમેરીને Dને વહેચે છે તો Dએ છાપેલી કિંમત કરતા કેટલા ટકા વધારે કિંમત ચૂકવી હશે?

ધારોકે વસ્તુની છાપેલી કિંમત = 100 રૂ.

$$\therefore 10\% \text{ નફો} = 10 \text{ રૂ.}$$

$\therefore 100 + 10 = 110 \text{ રૂ.}$  માંતે Bને વહેચે છે.

B તે 20% નફો ઉમેરી C ને વહેચે છે.

$$\begin{aligned}\therefore C \text{ની ખરીદ કિંમત} &= \frac{110 \times 120}{100} \\ &= 132\end{aligned}$$

C તે 30% નફો ઉમેરીને Dને વહેચે છે.

$$\begin{aligned}\therefore D \text{ની ખરીદ કિંમત} &= \frac{132 \times 130}{100} \\ &= 171.60\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D \text{ એ છાપેલી કિંમત કરતા ચૂકવી પડતી વધારે કિંમત} &= 171.60 - 100 \\ &= 71.60\end{aligned}$$

D એ છાપેલી કિંમત કરતા 71.60% વધારે કિંમત ચૂકવી પડશે.

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{ત્રણ કમીક નફાનો વધારો} &= \left[ x + y + z + \frac{xy + yz + zx}{100} + \frac{xyz}{10000} \right] \% \\ &= \left[ 10 + 20 + 30 + \frac{(10)(20) + (20)(30) + (30)(10)}{100} + \frac{10 \times 20 \times 30}{10000} \right] \% \\ &= (60 + 11 + 0.6)\% \\ &= 71.6\%\end{aligned}$$

### પ્રકિટસ

- એક વ્યક્તિ એક વસ્તુ રૂ. 5500 માં ખરીદે છે તેના પર 500 રૂ. ખરાજાત ખર્ચ થાય છે અને તે વસ્તુ તે 7200 રૂ. માં વેચેતો તેને કેટલો નફો થાય?
- રમેશ એક મોબાઈલ રૂ. 3000 માં ખરીદીને 20% નફાથી વેચે તો કેટલા રૂપીયા નફો થાય?
- ગીતા એક ઘડિયાળ 1980 રૂ. માં વેચેતો તેને 10% નફો થાય તો તેની ખરીદ કિંમત શોધો.
- એક વસ્તુ રૂ. 1230 માં વેચવાથી 18% ખોટ જાય છે. જો તે વસ્તુ રૂ. 1600 માં વેચવામાં આવે તો કેટલા ટકા લાભ કે નુકસાન થાય?

5. A એક વસ્તુ 15% નફાથી B ને, B 20% નફાથી C ને વસ્તુ વેચે છે. જો C એ તે વસ્તુ રૂ.46,230માં ખરીદે તો A એ તે વસ્તુ કેટલામાં ખરીદી હશે?
6. રમેશ એક વસ્તુ 17% નફાથી સુરેશને, સુરેશ 10% ખોટમાં મહેશને વેચે છે. જો મહેશને રૂ.10530 ચૂકવવા પડે તો રમેશે વસ્તુ કેટલામાં ખરીદી હશે?
7. કેતન એક વસ્તુ પર 25% નફો ઉમેરીને 25% વળતર આપે તો તેને નફો કે ખોટ કેટલા ટકા થાય?
8. એક વસ્તુની મૂ.કિ. ૫૨ માં 6 વસ્તુ ખરીદીને ૬ માં 5 વસ્તુ વહેચે તો તેને કેટલા ટકા નફો થાય?
9. એક દુકાનદાર ૫ માં 6 વસ્તુ ખરીદીને ૬ માં 5 વસ્તુ વહેચે તો તેને કેટલા ટકા નફો થાય?
10. એક વેપારી એક વસ્તુ 10% નફાથી વચે છે. જો તે 20% નુકસાને વેચે તો તેને રૂ.90 ઓછા મળે તો વસ્તુની મૂળ કિંમત શોધો.
11. જો 33 વસ્તુની વેચાણકિંમત 30 વસ્તુની મૂળકિંમત બરાબર થાય તો કેટલા ટકા નફો થાય?
12. રૂ.24માં એક વસ્તુ વેચવાથી મૂ.કિ. જેટલા ટકા નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.કિ. શોધો.
13. 80 રૂ.ની મૂ.કિ.ની વસ્તુ 68 રૂ.માં વેચવાથી કેટલા ટકા વળતર આપ્યુ ગણાય?
14. 50 વસ્તુની મૂ.કિ. 40 વસ્તુની વેચાણ કિંમત બરાબર થાય તો કેટલા ટકા નફો મળે?
15. એક વસ્તુની કિંમત 20% ઘટવાથી રૂ.200ના બજેટમાં 2 કિલો વધુ લઈ શકાય છે તો વસ્તુનો જૂનો ભાવ અને નવો ભાવ શોધો.
16. રમેશ એક વસ્તુ 10% નફો ઉમેરીને વહેચે છે. જો તેણે રૂ.70 વધારે લીધા હોય તો 17% નફો મળે છે તો વસ્તુની મૂ.કિ. શોધો.
17. એક વેપારી એક વસ્તુ 5% ખોટમાં વેચે છે. જો તેણે રૂ.900 વધારે મેળવ્યા હોય તો 4% નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.કિ. શોધો.

### જવાબો

- પડતરકિંમત = મૂ.કિ. + ખરાજત  

$$= 5500 + 500$$

$$= 6000$$
  
 નફો = વે.કિ. - પડતરકિંમત  

$$= 7200 - 6000$$

$$= 1200 \text{ રૂ.}$$
- વે.કિ. = મૂ.કિ.  $\left( 1 + \frac{\% \text{ નફો}}{100} \right)$

$$= 3000 \left(1 + \frac{20}{100}\right) \quad \text{नक्षे} = \text{वे.ट्रि.} - \text{मु.ट्रि.}$$

$$= 3000 \left(\frac{6}{5}\right) \quad = 3600 - 3000$$

$$= 3600 \text{ रु.} \quad = 600 \text{ रु.}$$

3. मू.ट्रि. =  $\frac{\text{वे.ट्रि.} \times 100}{100 + \% \text{ नक्षे}}$

$$= \frac{1980 \times 100}{110} = 1800 \text{ रु.}$$

4. वस्तुनी मू.ट्रि. =  $\frac{100 \times 1230}{100 - 18}$

$$= 1500 \text{ रु.}$$

$$\text{वस्तुनी वे.ट्रि.} = \frac{(1600 - 1500) \times 100}{1500}$$

$$= 6\frac{2}{3}\%$$

5. A-नी मू.ट्रि. =  $\frac{100 \times 100 \times 46230}{(100 + 15)(100 + 20)}$

$$= \frac{100 \times 100 \times 46230}{115 \times 120}$$

$$= 33500 \text{ रु.}$$

6. वस्तुनी मू.ट्रि. =  $\frac{100 \times 100 \times 10530}{(100 + 17)(100 - 10)}$

$$= \frac{100 \times 100 \times 10530}{117 \times 90}$$

$$= 10,000$$

7. खोट (%) =  $\frac{x^2}{100} \%$

$$= \frac{625}{100} \%$$

$$= 6.25 \%$$

8. =  $\frac{100(10+20)}{100-10} \%$

$$= \frac{3000}{90}$$

$$= 33.33\%$$

9. नक्षे

$$\begin{aligned} &= \frac{b^2 - a^2}{a^2} \times 100 \\ &= \frac{(6)^2 - (5)^2}{(5)^2} \times 100 \\ &= \frac{36 - 25}{25} \times 100 \\ &= \frac{11 \times 100}{25} \\ &= 44\% \end{aligned}$$

10. वस्तुनी मू. क्र.

$$\begin{aligned} &= \frac{C \times 100}{a+b} \\ &= \frac{90 \times 100}{10+20} \\ &= 300 \text{ रु.} \end{aligned}$$

11. नक्षे

$$\begin{aligned} &= \frac{x-y}{y} \times 100 \\ &= \frac{33-30}{30} \times 100 \\ &= \frac{3}{30} \times 100 \\ &= 10\% \end{aligned}$$

12. मू. क्र.

$$\begin{aligned} &= -50 \pm 10 \sqrt{25+x} \\ &= -50 \pm 10 \sqrt{25+24} \\ &= -50 \pm 10 \sqrt{49} \\ &= -50 \pm 10(7) \\ &= -50 \pm 70 \\ &= -120 \text{ अथवा } 20 \end{aligned}$$

કिंમત ઋણ ન હોવાથી વસ્તુની મૂ. ક્ર. રૂ. 20 થાય.

13. वृद्धिरेट =  $80 - 68 = 12$

$$\text{वृद्धिरेट} (\%) = \frac{12 \times 100}{80} = 15\%$$

14. नक्षे (%) =  $\frac{x-y}{y} \times 100\%$   
 $= \frac{50-40}{40} \times 100\%$   
 $= 25\%$

15. नवोभाव =  $\frac{xz}{100y}$  ज्यां  $x = 20\%, y = 2$  क्र.ग्रा.,  $z = 200$   
 $= \frac{20 \times 200}{100 \times 2}$   
 $= 20$  रु.

$$\begin{aligned}\text{जुन्नोभाव} &= \frac{xz}{(100-x)y} \\ &= \frac{20 \times 200}{(100-20)(2)} \\ &= \frac{20 \times 200}{80 \times 2} \\ &= 25 \text{ रु.}\end{aligned}$$

16. मू.क्रि. =  $\frac{z}{y-x} \times 100$   
 $= \frac{70}{17-10} \times 100$   
 $= \frac{70}{7} \times 100$   
 $= 1000$

17. मू.क्रि. =  $\frac{z}{y-x} \times 100$   
 $= \frac{-900}{-5-4} \times 100$   
 $= \frac{-900}{-9} \times 100$   
 $= 10,000$

## બીજગણિતના સુઅરો આધારીત દાખલા

1.  $x + \frac{1}{x} = 12$  તો  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  ની ક્રમત શોધો.

$$x + \frac{1}{x} = 12$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (12)^2$$

$$\therefore x^2 + 2x\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 144$$

$$\therefore x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 144$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 142$$

2. જે  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$  તો  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  ની ક્રમત શોધો.

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3$$

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = (3)^2$$

$$(\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 9$$

$$x + 2 + \frac{1}{x} = 9$$

$$x + \frac{1}{x} = 7$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (7)^2$$

$$x^2 + 2x\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 49$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 49$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$$

જે  $x+y = 1$  તો  $x^3+y^3+3xy$  ની કિંમત શોધો.

$$\begin{aligned}x+y &= 1 \\(x+y)^3 &= x^3+y^3+3xy(x+y) \\(1)^3 &= x^3+y^3+3xy(1) \\1 &= x^3+y^3+3xy \\∴ x^3+y^3+3xy &= 1\end{aligned}$$

જે  $x-y = 4$  અને  $xy = 2$  તો  $x^2+y^2$  શોધો.

$$\begin{aligned}x-y &= 4 \\(x-y)^2 &= x^2+y^2-2xy \\(4)^2 &= x^2+y^2-2(2) \\16+4 &= x^2+y^2 \\∴ x^2+y^2 &= 20\end{aligned}$$

જે  $x+y = 5$  અને  $xy = 6$  તો  $x^3+y^3$  ની કિંમત શોધો.

$$\begin{aligned}x^3+y^3 &= (x+y)^3-3xy(x+y) \\&= (5)^3-3(6)(5) \\&= 125-90 \\&= 35\end{aligned}$$

જે  $x+\frac{1}{x} = \frac{17}{4}$  તો  $x-\frac{1}{x}$  શોધો.

$$\begin{aligned}x+\frac{1}{x} &= \frac{17}{4} \\(x+\frac{1}{x})^2 &= \left(\frac{17}{4}\right)^2 \\x^2+2+\frac{1}{x^2} &= \frac{289}{16} \\x^2+\frac{1}{x^2} &= \frac{289}{16}-2\end{aligned}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{257}{16}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \frac{257}{16} - 2 \quad (\text{બસે બાજુ 2 બાદ કરતા})$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{225}{16}$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{15}{4}$$

7. જો  $\frac{5^x}{125} = 1$  તો  $x$  શોધો.

$$\frac{5^x}{125} = 1$$

$$5^x = 125$$

$$5^x = 5^3$$

$$\therefore x = 3$$

8.  $\frac{3.8 \times 3.8 - 1.2 \times 1.2}{3.8 - 1.2} = ?$

$$= \frac{(3.8)^2 - (1.2)^2}{3.8 - 1.2}$$

$$= \frac{(3.8 - 1.2)(3.8 + 1.2)}{3.8 - 1.2} \quad [\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)]$$

$$= (3.8 + 1.2)$$

$$= 5$$

9.  $(11.8)^2 + 6.4 \times 11.8 + (3.2)^2$  નું સાહુરૂપ આપો.

$$= (11.8)^2 + 2(3.2)(11.8) + (3.2)^2$$

$$= (11.8 + 3.2)^2 \quad [\because a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2]$$

$$= (15)^2$$

$$= 225$$

10. જો  $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$  તો  $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$  શોધો.

$$\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2/y^2 + 1}{x^2/y^2 - 1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(1/3)^2 + 1}{(1/3)^2 - 1} \\
 &= \frac{(1/9) + 1}{(1/9) - 1} \\
 &= -\frac{10}{8} \\
 &= -\frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

11. જે  $a + \frac{1}{b} = 1$  તથા  $b + \frac{1}{c} = 1$  તો  $c + \frac{1}{a}$  ની ક્રિમત શોધો.

$$a + \frac{1}{b} = 1$$

$$\therefore a = 1 - \frac{1}{b}$$

$$\therefore a = \frac{b-1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{b}{b-1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$b + \frac{1}{c} = 1$$

$$\frac{1}{c} = 1 - b$$

$$\therefore c = \frac{1}{1-b} \quad \dots\dots\dots (2)$$

સમી. 1 અને 2 પરથી

$$\begin{aligned}
 c + \frac{1}{a} &= \frac{1}{1-b} + \frac{b}{b-1} \\
 &= \frac{1}{1-b} \cdot \frac{b}{1-b} \\
 &= \frac{1-b}{1-b} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

2. યો  $x+y+z = 9$  અને  $xy+yz+zx = 23$  તો

$x^3+y^3+z^3 - 3xyz$  ની ક્રમત શોધો.

$$\begin{aligned}x^3+y^3+z^3 - 3xyz &= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) \\&= (x+y+z)[(x+y+z)^2 - 3(xy+yz+zx)] \\&= 9 \times (81 - 3 \times 23) \\&= 9 \times 12 \\&= 108\end{aligned}$$

13.  $3^x - 3^{x-1} = 18$  તો  $x$  ની ક્રમત શોધો.

$$\begin{aligned}3^x - 3^{x-1} &= 18 \\ \therefore 3^{x-1}[3-1] &= 18 \\ \therefore 3^{x-1} &= 9 \\ 3^{x-1} &= 3^2 \\ x-1 &= 2 \\ \therefore x &= 3\end{aligned}$$

14. યો  $x^{100} + 2x^{99} + k$  નો એક અવયવ  $x+1$  હોય તો  $k$  ની ક્રમત શોધો.

$x+1$  અવયવ હોય તો  $x+1 = 0$  થાય

$$\begin{aligned}\therefore x &= -1 \\ f(x) &= x^{100} + 2x^{99} + k \\ f(-1) &= (-1)^{100} + 2(-1)^{99} + k \\ 0 &= 1 - 2 + k \\ k &= 1\end{aligned}$$

15.  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 4$  ને  $(x-1)$  વડે ભાગતા મળતી શેખ શોધો.

$(x-1)$  વડે ભાગવાનું હોવાથી  $x-1 = 0$

$$\therefore x = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= x^3 + 3x^2 - 5x + 4 \\ f(1) &= (1)^3 + 3(1)^2 - 5(1) + 4 \\ &= 1 + 3 - 5 + 4 \\ &= 3\end{aligned}$$

## કોન્ટ્રફળ

1. એક લંબચોરસની લંબાઈ 15 મીટર અને પહોળાઈ 12 મીટર છે તો તેનું કોન્ટ્રફળ કેટલા ચોરસમીટર થાય?

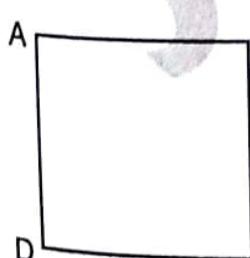
$$\begin{aligned} \text{લંબચોરસનું કોન્ટ્રફળ} &= l \times b \\ &= 15 \times 12 \\ &= 180 \text{ ચોરસ મીટર} \end{aligned}$$

2. એક લંબચોરસની લંબાઈ 8 મીટર અને પહોળાઈ 6 મીટર છે તો તેના વિકર્ષણી લંબાઈ શોધો.

$$\begin{aligned} \text{લંબચોરસના વિકર્ષણી લંબાઈ} &= \sqrt{l^2 + b^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 + (6)^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ મીટર} \end{aligned}$$

3. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 2:1 છે. જો તેની પરિમિતિ 120 મીટર હોય તો તેની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.

$$\begin{aligned} \text{લંબાઈ અને પહોળાઈ નો ગુણોત્તર} &= 2:1 \\ \text{ધારોકે લંબાઈ} &= 2x \text{ મીટર} \\ \text{પહોળાઈ} &= x \text{ મીટર} \\ \text{પરિમિતિ} &= 2(\text{લંબાઈ} + \text{પહોળાઈ}) \\ 120 &= 2(2x + x) \\ 120 &= 2(3x) \\ 120 &= 6x \\ \therefore x &= 20 \\ \text{લંબાઈ} &= 2x = 2 \times 20 = 40 \text{ મીટર} \\ \text{પહોળાઈ} &= x = 20 = 20 \text{ મીટર} \\ &\text{ચોરસ} \end{aligned}$$



- B • જે અતુખોણની બધી જ બાજુસરાળી અને દરેક ખૂઝા કાટખૂઝા હોય તેને ચોરસ કહે છે.
- જે લંબચોરસની પાસપાસેની બાજુસરાળી હોય તેને ચોરસ કહે છે.
- I
  - ચોરસનું કોન્ટ્રફળ =  $l^2$
  - ચોરસની પરિમિતિ =  $4l$
- C • ચોરસના વિકર્ષણું માપ =  $\sqrt{2} \times l$

4. એક ચોરસની બાજુમાં ત્રણ ગણો વધારો કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ગણો વધારો થાય?

$$\text{ધારોકે ચોરસની બાજુનું માપ} = 1$$

$$\text{તેનું ક્ષેત્રફળ} = 1^2$$

$$\text{તેની બાજુની લંબાઈમાં ત્રણ ગણો વધારો} = 3$$

$$\therefore \text{તેનું ક્ષેત્રફળ} = (3)^2 = 9^2 = 9 \times 1^2$$

$$\therefore \text{નવું ગણો વધારો થાય.}$$

5. એક ચોરસની પરિમિતિ 32 મીટર છે તો તેના વિકર્ણની લંબાઈ કેટલા મીટર થાય?

$$\text{ચોરસની પરિમિતિ} = 4l$$

$$32 = 4l$$

$$8 = l$$

$$\text{વિકર્ણની લંબાઈ} = \sqrt{2}l$$

$$= \sqrt{2} \times 8$$

$$= 8\sqrt{2}$$

વર્તુળ

● વર્તુળ: સમતલનાં કોઈ એક બિંદુથી સમાન અંતરે આવેલા બિંદુઓના ગણને વર્તુળ કહે છે.

● ત્રિજ્યા: વર્તુળના કેન્દ્રથી વર્તુળના કોઈપણ બિંદુને જોડતા રેખાખંડને ત્રિજ્યા કહે છે.

● જીવા: વર્તુળના કોઈપણ બે બિન્ન બિંદુને જોડતા રેખાખંડને જીવા કહે છે.

● વ્યાસ: વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી જીવાને વ્યાસ કહે છે.

6. એક વર્તુળાકાર બગીચાનો વ્યાસ 70 મીટર છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ મીટર થાય?

$$\text{ત્રિજ્યા} = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

$$\text{વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ} = \pi r^2$$

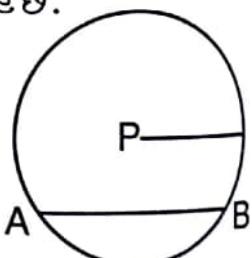
$$= \frac{22}{7} \times 35 \times 35$$

$$= 3850 \text{ ચોરસ મીટર}$$

7. એક વર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી છે તો તેનો પરિધિ કેટલા સેમી થાય?

$$\text{વ્યાસ} = 14 \text{ સેમી}$$

$$\text{ત્રિજ્યા} = 7 \text{ સેમી}$$



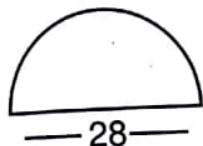
$$\text{वर्तुળों} \text{ परिधि} = 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ सेमी}$$

8. 28 सेमी व्यासना अर्धवर्तुणी परिभिति शेषो.

$$\text{अर्धवर्तुणी} \text{ परिभिति} = \pi r + 2r$$

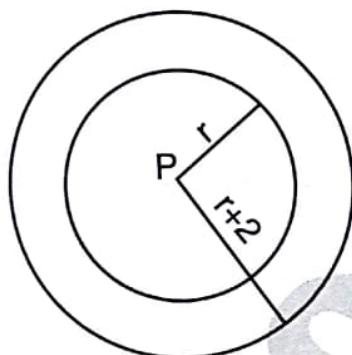


$$= \frac{22}{7} \times 14 + 2 \times 14$$

$$= 44 + 28$$

$$= 72 \text{ सेमी}$$

9. एक वर्तुणाकार बगीचानो परिधि  $38\pi$  छे. जो तेनी फरते 2 मीटर पहिलो रस्तो छोय तो रस्तानुं क्षेत्रफल केटलुं हशे? ( $\pi = 3.14$ )



$$\text{बगीचानो} \text{ परिधि} = 2\pi r$$

$$38\pi = 2\pi r$$

$$19 = r$$

$$\text{बगीचानुं} \text{ क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \pi \times 19 \times 19$$

$$= 361\pi$$

$$\text{रस्तासहित बगीचानी} \text{ त्रिज्या} = (19+2) \text{ मीटर}$$

$$= 21 \text{ मीटर}$$

$$\text{रस्तासहित बगीचानुं} \text{ क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \pi(21)^2$$

$$= 441\pi$$

$$\text{रस्तानुं} \text{ क्षेत्रफल} = 441\pi - 361\pi$$

$$= 80\pi$$

$$= 80 \times 3.14$$

$$= 251.2 \text{ चोरस मीटर}$$

**Short cut**

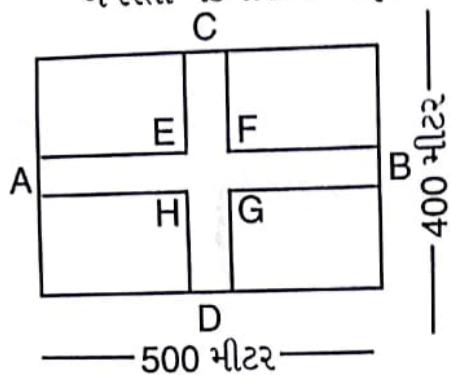
$$\text{रस्तानुं} \text{ क्षेत्रफल} = \pi d (2r+d)$$

$$= 3.14 \times 2 [2(19)+2]$$

$$= 6.28 (40)$$

$$= 251.2 \text{ चोरस मीटर}$$

10. એક લંબચોરસ મેદાનની લંબાઈ 500 મીટર અને પહોળાઈ 400 મીટર છે. તેની વચ્ચે 10 મીટર પહોળા બે રસ્તા એકબીજાને લંબરૂપે આવેલા છે તો બને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

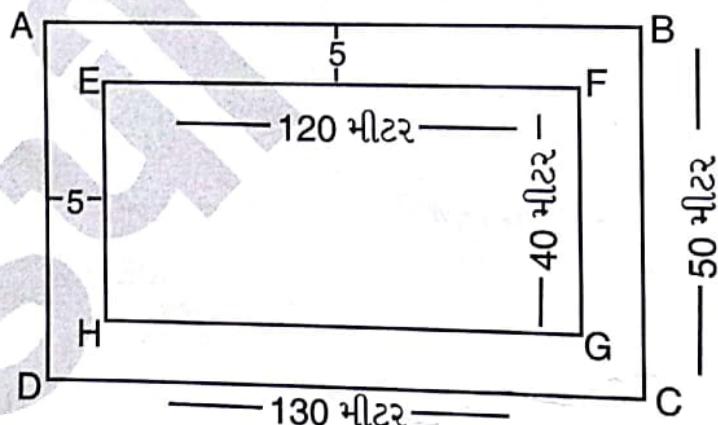


$$\begin{aligned}
 \text{AB રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 500 \times 10 \\
 &= 5000 \text{ ચોરસ મીટર} \\
 \text{CD રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 400 \times 10 \\
 &= 4000 \text{ ચોરસ મીટર} \\
 \text{EFGH રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 10 \times 10 = 100 \text{ ચોરસ મીટર} \\
 \text{બને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 5000 + 4000 - 100 \\
 &= 8900 \text{ ચોરસ મીટર}
 \end{aligned}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{બને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= d(l + b - d) \\
 &= 10(500 + 400 - 10) \\
 &= 8900 \text{ ચોરસ મીટર}
 \end{aligned}$$

11. એક લંબચોરસ ખેતરની લંબાઈ 120 મીટર અને પહોળાઈ 40 મીટર છે. તેની બહાર ચારેય તરફ 5 મીટર પહોળો રસ્તો હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



$$\begin{aligned}
 \text{ABCDનું ક્ષેત્રફળ (રસ્તા સહિત)} &= AB \times BC \\
 &= 130 \times 50 \\
 &= 6500 \text{ ચોરસ મીટર} \\
 \text{EFGH લંબચોરસ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ} &= EF \times FG \\
 &= 120 \times 40 \\
 &= 4800 \text{ ચોરસ મીટર}
 \end{aligned}$$

**ગડપી ગણિત : 134 :**

$$\begin{aligned}
 \text{રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= ABCD\text{નું ક્ષેત્રફળ} - EFGH\text{નું ક્ષેત્રફળ} \\
 &= 6500 - 4800 \\
 &= 1700 \text{ ચોરસ મીટર}
 \end{aligned}$$

### Short cut

જો રસ્તો બહારની બાજુ હોય તો

$$\begin{aligned}
 \text{રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 2d(l + b + 2d) \\
 &= 2(5)[120 + 40 + 2(5)] \\
 &= 10(160 + 10) \\
 &= 10(170) \\
 &= 1700 \text{ ચોરસ મીટર}
 \end{aligned}$$

12. એક લંબચોરસ બગીચાની લંબાઈ 100 મીટર અને પહોળાઈ 120 મીટર છે. તેની ચારેય તરફ અંદરની બાજુ 3 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવાનો ખર્ચ રૂ.50ના ચોરસમીટરે કેટલા રૂપીયા થાય?

### Short cut

જો રસ્તો અંદરની બાજુ હોય તો

$$\begin{aligned}
 \text{રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 2d(l + b - 2d) \\
 &= 2(3)[100 + 120 - 2(3)] \\
 &= 6(214) \\
 &= 1284 \text{ ચોરસ મીટર} \\
 \text{રસ્તાનો ખર્ચ} &= 50 \times 1284 \\
 &= 64200 રૂ.
 \end{aligned}$$

13. એક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ 726 ચોરસમીટર છે. જો તેની બાજુઓની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 3:2 હોય તો તેની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.

$$\text{ધારોકે લંબાઈ} = 3x \text{ મીટર}$$

$$\text{પહોળાઈ} = 2x \text{ મીટર}$$

$$\text{લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ} = 3x \times 2x$$

$$726 = 6x^2$$

$$121 = x^2$$

$$11 = x$$

$$\text{લંબાઈ} = 3x = 3 \times 11 = 33 \text{ મીટર}$$

$$\text{પહોળાઈ} = 2x = 2 \times 11 = 22 \text{ મીટર}$$

**કડપી ગણિત : 135 :**

## Short cut

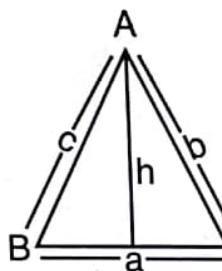
$$\text{લંબાઈ} = \sqrt{\text{ક્ષેત્રફળ} \times \text{ગુણોત્તર}$$

$$\text{પહોળાઈ} = \sqrt{\text{ક્ષેત્રફળ} \times \text{વસ્ત ગુણોત્તર}$$

$$\text{લંબાઈ} = \sqrt{726 \times 3/2} = 33 \text{મીટર}$$

$$\text{પહોળાઈ} = \sqrt{726 \times 2/3} = 22 \text{મીટર}$$

## ત્રિકોણ



- સમતલના ત્રાણ અસમરેખ બિંદુઓને જોડતા રેખાખંડન: ૧૦૧ ત્રિકોણ કહેછે.
- ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
- જો ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ હોય તો ફળ =  $\frac{1}{2} \times a \times h$
- જો ત્રિકોણ સમબાજુ ત્રિકોણ હોય તો ફળ =  $\frac{1}{4} c^2$  ( $a=b=c$ )

14. એક ત્રિકોણની બાજુઓના માપ 6 સેમી, 5 સેમી અને 5 સેમી હોય તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

$$a = 6 \quad b = 5 \quad c = 5$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{6+5+5}{2} = 8$$

$$\begin{aligned} \text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્ર} &= \frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{4} \\ &= \frac{\sqrt{8(8-6)(8-5)(8-5)}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{14}}{4} \end{aligned}$$

સ સેમી

15. 14 સેમી બાજુ ચરણની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?



## Short cut

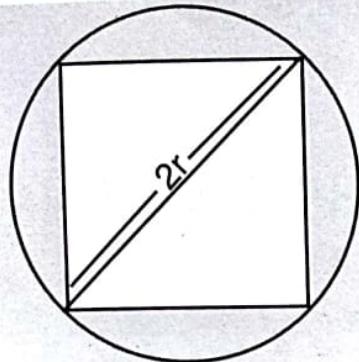
$$2 \text{ સેમી બાજુના ચોરસની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{\pi a^2}{4}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{4}$$

$$= 154 \text{ ચોરસ સેમી}$$

16. 88 સેમી પરિધિ ધરાવતા વર્તુળની અંદર બનતા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

**Short cut**



$$\text{વર્તુળનો પરિધિ} = 2\pi r$$

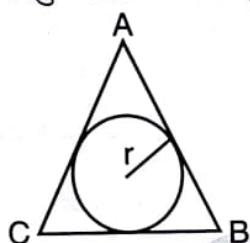
$$88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\frac{88 \times 7}{2 \times 22} = r$$

$$14 = r$$

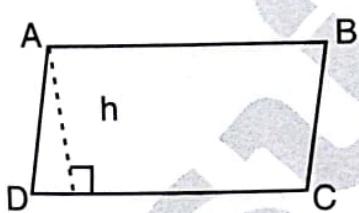
$$\begin{aligned} \text{ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની અંદર દોરેલા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ} &= 2r^2 \\ &= 2 \times 14 \times 14 \\ &= 392 \text{ ચોરસ સેમી} \end{aligned}$$

17. એક સમબાજુ ત્રિકોણના અંતઃવૃત્તની ત્રિજ્યા 10 સેમી હોય તો તેની ત્રિકોણની બાજુનું માપ શોધો.



$$\begin{aligned} \text{સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનું માપ} &= 2\sqrt{3} r \\ &= 2\sqrt{3} \times 10 \\ &= 20\sqrt{3} \text{ ચોરસ મીટર} \end{aligned}$$

### સમાંતર બાજુ ચતુર્ભુષા

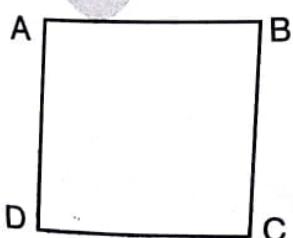


- જે ચતુર્ભુષાની સામસામેની બાજુ સરખી અને સમાંતર હોય તે ચતુર્ભુષાને સમાંતર બાજુ ચતુર્ભુષા કહે છે.
- $AB = CD$  અને  $AD = BC$ ,  $AB \parallel CD$  અને  $AD \parallel BC$
- સમાંતર બાજુ ચતુર્ભુષાનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{ઉંચાઈ}$

18. એક સમાંતર બાજુ ચતુર્ભુષાની બાજુનું માપ 10 સેમી અને તેની પરના લંબની લંબાઈ 6 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

$$\begin{aligned} \text{સમાંતર બાજુ ચતુર્ભુષાનું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \\ &= 30 \text{ ચો. સેમી.} \end{aligned}$$

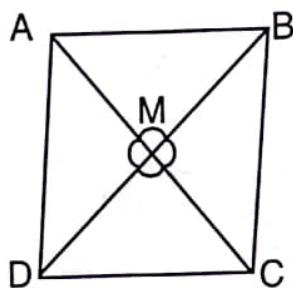
### સમબાજુ ચતુર્ભુષા



- જે ચતુર્ભુષાની બધીજ બાજુ સરખી હોય તેને સમબાજુ ચતુર્ભુષા કહે છે. તેના વિકષોં પરસ્પર લંબરૂપે દુભાગે છે.
- દરેક સમબાજુ ચતુર્ભુષા ચોરસ નથી પરંતુ દરેક ચોરસ સમબાજુ ચતુર્ભુષા છે.
- સમબાજુ ચતુર્ભુષાનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times (\text{વિકષોંનો ગુણાકાર})$

19. એક સમબાજુ ચતુર્ભોગના વિકર્ણનું માપ 8 સેમી અને 4 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?
- સમબાજુ ચતુર્ભોગનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times$  વિકર્ણના માપનો ગુણાકાર  
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4$   
 $= 16$  ચોરસ સેમી

20. એક સમબાજુ ચતુર્ભોગની બાજુનું માપ 5 સે.મી અને વિકર્ણનું માપ 8 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
- ધારોકે  $AC = 8$



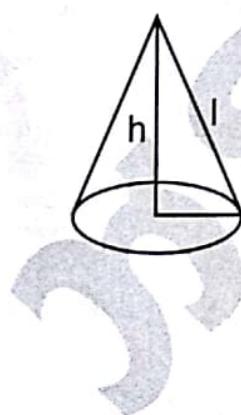
$$\therefore AM = \frac{8}{2} = 4$$

$\Delta AMB$ માં  $\angle AMB$  કાટખૂણો હોવાથી  $AB^2 = AM^2 + MB^2$   
 $(5)^2 = (4)^2 + MB^2$   
 $9 = MB^2$   
 $3 = MB$

$$\therefore BD = 6 \text{ સે.મી}$$

$$\text{સમબાજુ ચતુર્ભોગનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times AC \times BD$$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$ 
 $= 24$  ચોરસ મીટર

21. એક શંકુનો વાસ 24 મીટર અને ઊંચાઈ 9 મીટર હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



$$\text{વાસ} = 24 \text{ મીટર}$$
 $\text{ત્રિજ્યા} = 12 \text{ મીટર}$ 
 $l^2 = h^2 + r^2$ 
 $= (9)^2 + (12)^2$ 
 $= 81 + 144$ 
 $= 225$ 
 $l = 15$

$$\text{શંકુનું ક્ષેત્રફળ} = \pi r l$$
 $= \frac{22}{7} \times 12 \times 15$ 
 $= \frac{3960}{7}$  ચોરસ મીટર

22. એક ઓરડાની લંબાઈ 10 મીટર, પહોળાઈ 12 મીટર અને ઉચ્ચાઈ 5 મીટર છે તો તેનું ચાર દિવાલનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

$$\begin{aligned}\text{ચાર દિવાલોનું ક્ષેત્રફળ} &= 2h(l+b) \\ &= 2 \times 5(10+12) \\ &= 10(22) \\ &= 220 \text{ ચોરસ મીટર}\end{aligned}$$

23. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈમાં અનુક્રમે 10% અને 20% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

$$\begin{aligned}\text{ધારોકે લંબચોરસની લંબાઈ} &= x \text{ મીટર} \\ \text{પહોળાઈ} &= y \text{ મીટર} \\ \text{ક્ષેત્રફળ} &= xy \text{ ચોરસ મીટર} \\ \text{લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈમાં અનુક્રમે 10\% અને 20\% નો વધારો કરવાનો હોવાથી} \\ \text{લંબચોરસની નવી લંબાઈ} &= x + x \text{ ના } 10\% = 1.1x \\ \text{નવી પહોળાઈ} &= y + y \text{ ના } 20\% = 1.2y \\ \text{લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ} &= 1.1x \times 1.2y = 1.32xy \\ \text{ક્ષેત્રફળમાં વધારો} &= 1.32xy - xy = 0.32xy \\ xy \text{ ચોરસ મીટર ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો} &= 0.32xy \\ 100 \text{ ચોરસ મીટર ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો} &=? \\ \frac{0.32xy \times 100}{xy} &= 32\% \\ \therefore \text{ક્ષેત્રફળમાં } 32\% \text{ નો વધારો થાય.} &\end{aligned}$$

### Short cut

જો લંબચોરસની લંબાઈમાં  $x\%$  વધારો અને પહોળાઈમાં  $y\%$  વધારો થાય તો ક્ષેત્રફળમાં  $\left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$  વધારો થાય.

$$\begin{aligned}\text{વધારો } (\%) &= \left(10 + 20 + \frac{(10)(20)}{100}\right)\% \\ &= \left(30 + \frac{200}{100}\right)\% \\ &= (30 + 2)\% \\ &= 32\%\end{aligned}$$

24. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 20% વધારો અને પહોળાઈમાં 30% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો અથવા વધારો થાય?

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{ઘટાડો અથવા વધારો} &= \left( x + y + \frac{xy}{100} \right) \% \\ &= \left( 20 - 30 + \frac{(20)(-30)}{100} \right) \% \\ &= (-10 - 6) \% \\ &= -16\%\end{aligned}$$

જ્ઞાની નિશાની ઘટાડો દર્શાવે છે તેથી 16% ઘટાડો થાય.

25. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 25% વધારો કરવામાં આવે છે તો તેની પહોળાઈમાં કેટલા ટકા ઘટાડો કરવામાં આવે જેથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કંઈ ફેરફાર ન થાય?

$$\begin{aligned}\text{વધારો કે લંબચોરસની લંબાઈ} &= x \text{ મીટર} \\ \text{પહોળાઈ} &= y \text{ મીટર} \\ \therefore \text{ક્ષેત્રફળ} &= xy \text{ ચોરસમીટર}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{તેની લંબાઈમાં 25\% વધારો કરવાનો હોવાથી નવી લંબાઈ} &= x + x \text{ના } 25\% \\ &= x + 0.25x \\ &= 1.25x\end{aligned}$$

વધારો કે તેની પહોળાઈમાં  $a\%$  ઘટાડો કરવામાં આવે કે જેથી તેના ક્ષેત્રફળમાં ફેરફાર ન થાય.

$$\text{લંબચોરસની નવી પહોળાઈ} = y - y \text{ના } a\% = y - \frac{ya}{100}$$

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \text{લંબાઈ} \times \text{પહોળાઈ}$$

$$xy = 1.25x \times \left( y - \frac{ya}{100} \right)$$

$$xy = 1.25xy \left( \frac{100-a}{100} \right)$$

$$100 = 125 - 1.25a$$

$$-25 = -1.25a$$

$$\frac{-25}{-1.25} = a$$

$$\therefore a = 20$$

પહોળાઈમાં 20% ઘટાડો કરવાથી ક્ષેત્રફળમાં કંઈ ફેરફાર ન થાય.

**Short cut**

જો લંબચોરસની લંબાઈમાં  $a\%$  નો વધારો કરવામાં આવે અને ક્ષેત્રફળને મૂળ સ્થિતિમાં રાખવા માટે પહોળાઈમાં

$$\left( \frac{100 \times x}{100+x} \right) \% \text{ ઘટાડો કરવો પડે.$$

$$\text{પહોળાઈમાં કરવો પડતો ઘટાડો (\%)} = \left( \frac{100 \times x}{100+x} \right) \%$$

$$= \left( \frac{100 \times 25}{100+25} \right) \%$$

$$= \left( \frac{2500}{125} \right) \%$$

$$= 20\%$$

26. ચોરસની એક બાજુમાં  $20\%$  વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

$$\text{વધારો કે ચોરસની બાજુનું માપ} = x \text{ મીટર}$$

$$\therefore \text{તેનું ક્ષેત્રફળ} = x^2 \text{ ચોરસ મીટર}$$

$$\text{બાજુના માપમાં } 20\% \text{ વધારો કરવાથી નવી બાજુનું માપ}$$

$$= x + x \cdot 20\%$$

$$= 1.20x$$

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = (1.20x)^2$$

$$= 1.44x^2$$

$$\text{ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો} = 1.44x^2 - x^2 = 0.44x^2$$

$$x^2 \text{ ચોરસ મીટર} \text{ ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો} = 0.44x^2$$

$$\therefore 100 \text{ ચોરસ મીટર} \text{ ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો} = ?$$

$$\frac{0.44x^2 \times 100}{x^2} = 44\%$$

**Short cut**

જો ચોરસની બાજુમાં  $x\%$  નો વધારો કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો =  $\left( 2x + \frac{x^2}{100} \right) \%$

$$\text{ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો (\%)} = \left( 2(20) + \frac{(20)^2}{100} \right) \%$$

$$= (40+4)\%$$

$$= 44\%$$

27. જો એક ચોરસની બાજુના માપમાં 30% ઘટાડે કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડે થાય?

**Short cut**

$$\begin{aligned} \text{ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડે (\%) &= \left( 2x - \frac{x^2}{100} \right) \% \\ &= \left( 2(30) - \frac{(30)^2}{100} \right) \% \\ &= (60 - 9) \% \\ &= 51 \% \end{aligned}$$

∴ જો ચોરસની બાજુમાં 30% ઘટાડે કરવામાં આવે તો ક્ષેત્રફળમાં 51% ઘટાડે થાય.

28. જો બે ચોરસના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર 1:4 હોય તો તેની પરિમિતિનો ગુણોત્તર શોધો.

$$\text{ધારો કે ચોરસની બાજુનું માપ} = x$$

$$\text{બીજા ચોરસની બાજુનું માપ} = y$$

$$\text{તેમના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર} = \frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots (1)$$

$$\text{પહેલા ચોરસની પરિમિતિ} = 4x$$

$$\text{બીજા ચોરસની પરિમિતિ} = 4y$$

$$\frac{\text{પહેલા ચોરસની પરિમિતિ}}{\text{બીજા ચોરસની પરિમિતિ}} = \frac{4x}{4y} = \frac{x}{y} \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{\text{પહેલા ચોરસની પરિમિતિ}}{\text{બીજા ચોરસની પરિમિતિ}} = \frac{1}{2} \quad (\text{પરિણામ } 1 \text{ અને } 2 \text{ પરથી})$$

**Short cut** જો બે ચોરસના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર  $x:y$  હોય તો તેની પરિમિતિનો ગુણોત્તર  $\sqrt{x}:\sqrt{y}$  થાય.

અહીં ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર 1:4 હોવાથી

પરિમિતિનો ગુણોત્તર 1:2 થાય

29. જો વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 10% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

$$\text{ધારો કે વર્તુળની ત્રિજ્યા} = r$$

$$\text{વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ} = \pi r^2$$

$$\text{વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 10\% વધારો થતા નવી ત્રિજ્યા}$$

$$= r + r \text{na } 10\%$$

$$= 1.1r$$

$$\text{વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ} = \pi(1.1r)^2 \\ = 1.21\pi r^2$$

$$\text{ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો} = 1.21\pi r^2 - \pi r^2 \\ = 0.21\pi r^2$$

$$\pi r^2 \text{ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો} = 0.21\pi r^2$$

$$\therefore 100 \text{ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો} = ?$$

$$\frac{0.21\pi r^2 \times 100}{\pi r^2} = 21\%$$

**Short cut**

$$\text{જો વર્તુળની ત્રિજ્યામાં } 1\% \text{ નો વધારો થાય તો ક્ષેત્રફળમાં } \left( 2r + \frac{r^2}{100} \right) \% \text{ વધારો થાય}$$

$$\text{ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો (\%)} = \left( 2(10) + \frac{(10)^2}{100} \right)\% \\ = (20 + 1)\% \\ = 21\%$$

30. જો એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 20% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

**Short cut**

$$\text{જો એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં } 1\% \text{ ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં } \left( 2r - \frac{r^2}{100} \right) \% \text{ ઘટાડો થાય.}$$

$$\text{ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો (\%)} = \left( 2(20) - \frac{(20)^2}{100} \right)\% \\ = (40 - 4)\% \\ = 36\%$$

31. જો એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 50% વધારો કરવામાં આવે તો તેના પરિધમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

$$\text{વધારો કે વર્તુળની ત્રિજ્યા} = r$$

$$\text{તેનો પરિધ} = 2\pi r$$

$$\text{ત્રિજ્યામાં } 50\% \text{ વધારો કરતા નવી ત્રિજ્યા}$$

$$= r + r \times 50\% \\ = 1.5r$$

$$\text{નવો પરિધ} = 2\pi(1.5)r \\ = 3\pi r$$

$$\text{પરિધમાં થતો વધારો} = 3\pi r - 2\pi r \\ = \pi r$$

$$2\pi r \text{ પરિધ હોય તો વધારો} = \pi r$$

$$\therefore 100 \text{ પરિધ હોય તો વધારો} = ?$$

$$\frac{\pi r \times 100}{2\pi r} = 50$$

જો ત્રિજ્યામાં 50% વધારો કરવામાં આવે તો પરિધમાં પણ 50% વધારો થાય.

### Short cut

જો કોઈ વર્તુળની ત્રિજ્યામાં  $r\%$  નો વધારો કેધટાડો કરવામાં આવે તો તેના પરિધમાં પણ  $r\%$  નો વધારો કેધટાડો થાય છે.

- 32.** એક ગોળાની ત્રિજ્યા 7 સેમી હોય તો તેની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?

$$\text{ગોળાની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 4\pi r^2 \\ = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ = 616 \text{ ચોરસ સેમી}$$

- 33.** એક અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા 14 સેમી હોય તો તેની કુલ વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?

$$\text{અર્ધગોળાની કુલ વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 3\pi r^2 \\ = 3 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\ = 1848 \text{ ચોરસ સેમી}$$

- 34.** એક નળાકારની ત્રિજ્યા 4 મીટર અને ઉચ્ચાઈ 14 મીટર હોય તો તેની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

$$\text{નળાકારની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 2\pi rh \\ = 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 14 \\ = 352 \text{ ચોરસ મીટર}$$

- 35.** એક નળાકારની ત્રિજ્યા 2 મીટર અને ઉચ્ચાઈ 5 મીટર હોય તો તેની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

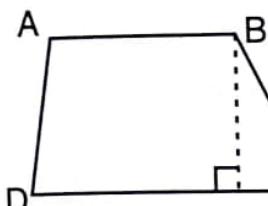
$$\text{નળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = \text{નળાકારની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} + \text{બજે છેવાડાનું ક્ષેત્રફળ} \\ = 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ = 2\pi r(h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2(5+2)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2(7)$$

= 88 ચોરસ મીટર

### સમલંબ ચતુર્ભુણ



- જે ચતુર્ભુણની સામસામેની બાજુની એક જ જોડ સમાંતર હોય તેને સમલંબ ચતુર્ભુણ કહેછે.

- ABCD માં AB || CD છે.

સમલંબ ચતુર્ભુણનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times$  સમાંતર બાજુનું અંતર  $\times$  સમાંતર બાજુઓનો સરવાળો

36. એક સમલંબ ચતુર્ભુણની સમાંતર બાજુઓના માપ 12 સેમી અને 20 સેમી હોય અને તે સમાંતર બાજુઓ વચ્ચેનું અંતર 8 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?

$$\begin{aligned}\text{સમલંબ ચતુર્ભુણનું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} \times \text{સમાંતર બાજુઓ વચ્ચેનું અંતર} \times \text{સમાંતર બાજુઓના માપનો સરવાળો} \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times (12 + 20) \\ &= 128 \text{ ચોરસ સેમી}\end{aligned}$$

37. એક સમલંબ ચતુર્ભુણની સમાંતર બાજુઓના માપ અનુક્રમે 24 સેમી અને 52 સેમી છે. જ્યારે સમાંતર ન હોય તેવી બાજુના માપ 26 સેમી અને 30 સેમી છે તો સમલંબ ચતુર્ભુણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

$$K = \text{સમાંતર બાજુઓની લંબાઈનો તફાવત} = 52 - 24 = 28$$

$$a = 24, b = 52, c = 26, d = 30$$

$$s = \frac{k+c+d}{2} = \frac{28+26+30}{2} = \frac{84}{2} = 42$$

$$\text{ક્ષેત્રફળ} = \frac{a+b}{k} \sqrt{s(s-k)(s-c)(s-d)}$$

$$= \frac{24+52}{28} \sqrt{42(42-28)(42-26)(42-30)}$$

$$= \frac{76}{28} \sqrt{42(14)(16)(12)}$$

$$= 912 \text{ ચો.મી.}$$

## પ્રક્રિયા

1. એક લંબચોરસની લંબાઈ 18 મીટર અને ક્ષેત્રફળ 216 ચોરસ મીટર હોય તો તેની પહોળાઈ કેટલી હશે?
2. એક લંબચોરસની લંબાઈ 16 મીટર અને વિકર્ણની લંબાઈ 20 મીટર હોય તો પહોળાઈ કેટલા મીટર હશે?
3. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 3 : 2 છે. જો તેની પરિમિતિ 240 મીટર હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
4. એક ચોરસની બાજુ બમણી કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ગણો વધારો થાય?
5. એક ચોરસનું ક્ષેત્રફળ 324 ચોરસ મીટર હોય તો તેના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.
6. એક વર્તુળનો વ્યાસ 28 સેમી હોય તો તેનો પરિધિ શોધો.
7. એક વર્તુળાકાર બગીચાની ત્રિજ્યા 49 મીટર હોય તો બગીચાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
8. 56 સેમી વ્યાસના અર્ધવર્તુળની પરિમિતિ શોધો.
9. એક વર્તુળાકાર બગીચાનો પરિધિ 56π છે. જો તેની ફરતે 7 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવો હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
10. એક લંબચોરસ મેદાનની લંબાઈ 300 મીટર અને પહોળાઈ 200 મીટર છે તેની વચ્ચે 15 મીટર પહોળા બે રસ્તા એકબીજાને લંબડૂપે આવેલા હોય તો બસે રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
11. એક લંબચોરસની લંબાઈ 60 મીટર અને પહોળાઈ 20 મીટર છે. તેની બહાર ચારેય તરફ 5 મીટર પહોળો રસ્તો હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
12. એક લંબચોરસ બગીચાની લંબાઈ 120 મીટર અને પહોળાઈ 150 મીટર છે. તો તેની અંદરની બાજુ 5 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવાનો ખર્ચ રૂ.60ના ચોરસ મીટરે કેટલો થાય?
13. એક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ 1260 ચોરસ મીટર છે અને તેની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 5:7 હોય તો તેની પરિમિતિ શોધો.
14. એક ત્રિકોણની બાજુના માપ અનુક્રમે 12 સેમી. 10 સેમી અને 10 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
15. 56 સેમી બાજુના ચોરસની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
16. 176 સેમી પરિધિ ધરાવતા વર્તુળની અંદર બનતા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
17. એક સમબાજુ ત્રિકોણની અંતવૃત્તની ત્રિજ્યા 20 સેમી હોય તો તે ત્રિકોણની બાજુનું માપ શોધો.
18. એક સમાંતર બાજુ ચતુર્ભુણની બાજુનું માપ 20 સેમી અને તેના પરના લંબની લંબાઈ 12 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
19. એક સમબાજુ ચતુર્ભુણનું ક્ષેત્રફળ 54 સેમી છે જો તેના એક વિકર્ણનું માપ 9 સેમી હોય તો બીજા વિકર્ણનું માપ શોધો.
20. એક સમબાજુ ચતુર્ભુણની બાજુનું માપ 10 સેમી અને વિકર્ણનું માપ 16 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
21. એક સમલંબ ચતુર્ભુણની સમાંતર બાજુઓના માપ 6 સેમી અને 15 સેમી હોય અને તેની સમાંતર બાજુઓ

- વચ્ચેનું અંતર 10 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?
22. એક ઓરડાની લંબાઈ 12 મીટર, પહોળાઈ 15 મીટર અને ઉચ્ચાઈ 10 મીટર હોય તો તેની ચાર દિવાલનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
23. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 5% અને પહોળાઈમાં 10% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?
24. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 30% વધારો અને પહોળાઈમાં 40% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?
25. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 60% વધારો કરવાથી તેની પહોળાઈમાં કેટલા ટકા ઘટાડો કરવામાં આવે કે જેથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કંઈ ફરફાર ન થાય?
26. ચોરસની એકબાજુમાં 30% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?
27. એક ચોરસની એકબાજુમાં 40% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?
28. જો બે ચોરસના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર 9:16 હોય તો તેની પરિભિતિનો ગુણોત્તર શોધો.
29. જો વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 20% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?
30. એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 25% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?
31. જો કોઈ વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 25% વધારો કરવામાં આવે તો તેના પરિધિમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?
32. એક ગોળાની ત્રિજ્યા 28 સેમી હોય તો તેની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચો. સેમી થાય?
33. એક અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા 7 સેમી હોય તો તેની કુલ વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
34. એક નળાકારની ત્રિજ્યા 2 મીટર અને ઊચ્ચાઈ 7 મીટર હોય તો તેની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
35. એક નળાકારની ત્રિજ્યા 4 મીટર અને ઊચ્ચાઈ 10 મીટર હોય તો તેની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
36. એક શંકુની તિરક્સ ઊચ્ચાઈ 14 મીટર અને ત્રિજ્યા 3 મીટર હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

### જવાબો

$$1. \text{ લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ} = l \times b$$

$$216 = 18 \times b$$

$$12 = b \quad \therefore \text{ પહોળાઈ} = 12 \text{ મીટર}$$

$$2. \text{ લંબચોરસના વિકર્ષણી લંબાઈ} = \sqrt{l^2 + b^2}$$

$$20 = \sqrt{(16)^2 + b^2}$$

$$400 = (16)^2 + b^2$$

$$400 = 256 + b^2$$

$$144 = b^2 \quad \therefore 12 = b$$

$$\therefore \text{ પહોળાઈ} = 12 \text{ મીટર}$$

3. ધારોકે લંબાઈ =  $3x$ , પહોળાઈ =  $2x$   
 લંબચોરસની પરિમિતિ =  $2(l+b)$   
 $240 = 2(3x+2x)$   
 $240 = 10x$   
 $24 = x$   
 $\therefore$  લંબાઈ =  $3x = 3 \times 24 = 72$ , પહોળાઈ =  $2x = 2 \times 24 = 48$   
 લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ =  $l \times b$   
 $= 72 \times 48$   
 $= 3456$  ચો.મીટર
4. ધારોકે ચોરસની બાજુનું માપ =  $l$   $\therefore$  ક્ષેત્રફળ =  $l^2$   
 બાજુની લંબાઈ બમણી કરવાથી =  $2l$   $\therefore$  ક્ષેત્રફળ =  $(2l)^2 = 4l^2$   
 $\therefore$  ક્ષેત્રફળમાં ચારગણો વધારો થાય.
5. ચોરસનું ક્ષેત્રફળ =  $324$   
 $l^2 = 324$   $\therefore l = 18$   
 વિકર્ણની લંબાઈ =  $\sqrt{2} l$   
 $= \sqrt{2} \times 18$   
 $= 18\sqrt{2}$
6. વ્યાસ =  $28$  સેમી  $\therefore$  ત્રિજ્યા =  $14$  સેમી  
 વર્તળનો પરિધિ =  $2\pi r$   
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$   
 $= 88$
7. વર્તુળકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ =  $\pi r^2$   
 $= \frac{22}{7} \times 49 \times 49$   
 $= 7546$  ચોરસ મીટર
8. અર્ધવર્તુળની પરિમિતિ =  $\pi r + 2r$   
 $= \frac{22}{7} \times 28 + 2(28)$   
 $= 88 + 56$   
 $= 144$  સેમી

9. વર્તુળાકાર બજીચાનો પરિધિ =  $2\pi r$   
 $56\pi = 2\pi r$   
 $28 = r$

**Short cut** રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ =  $\pi d(2r+d)$

$$\begin{aligned} &= \frac{22}{7} \times 7 (2 \times 28 + 7) \\ &= 22 (56 + 7) \\ &= 22 (63) \end{aligned}$$

**Short cut** = 1386 ચો. મીટર

10. બને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ =  $d(l+b-d)$   
 $= 15 (300+200-15)$   
 $= 15 (485)$   
 $= 7275 ચો. મીટર$

**Short cut**  
11.

જો બહારની બાજુ રસ્તો હોય તો

$$\begin{aligned} \text{રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 2d(l+b+2d) \\ &= 2(5)[60+20+2(5)] \\ &= 10(90) \\ &= 900 \text{ ચોરસ મીટર} \end{aligned}$$

**Short cut**  
12. જો રસ્તો અંદરની બાજુએ હોય તો

$$\begin{aligned} \text{રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ} &= 2d[l+b-2d] \\ &= 2 \times 5 [120+150-2(5)] \\ &= 10(260) \\ &= 2600 \\ \text{રસ્તાનો ખર્ચ} &= 2600 \times 60 \\ &= 1,56,000 રૂ. \end{aligned}$$

13. ધારોકે લંબચોરસની લંબાઈ =  $5x$  મીટર  
 પહોળાઈ =  $7x$  મીટર

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ =  $l \times b$

$$1260 = 5x \times 7x$$

$$1260 = 35x^2$$

$$36 = x^2$$

$$6 = x$$

$$\text{લંબાઈ} = 5x = 5 \times 6 = 30$$

$$\text{પહોળાઈ} = 7x = 7 \times 6 = 42$$

$$\begin{aligned}\text{લંબચોરસની પરિમિતિ} &= 2(l+b) \\ &= 2(30+42) \\ &= 144 \text{ મીટર}\end{aligned}$$

14.  $a=12, b=10, c=10$

$$\begin{aligned}s &= \frac{a+b+c}{2} \\ &= \frac{12+10+10}{2} = 16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{16(16-12)(16-10)(16-10)} \\ &= \sqrt{16(4)(6)(6)} \\ &= \sqrt{2304} \\ &= 48 \text{ ચોરસ સેમી}\end{aligned}$$

15. 56 સેમી બાજુવાળા ચોરસની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{\pi a^2}{4}$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{56 \times 56}{4} = 2464$$

16. વર્તુળનો પરિધિ =  $2\pi r$

$$176 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\frac{176 \times 7}{2 \times 22} = r$$

$$r = 28$$

$r$  ત્રિજ્યવાળા વર્તુળની અંદર દોરેલા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ =  $2r^2$

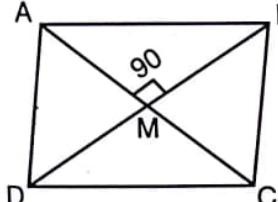
$$= 2 \times (28)^2 = 1568 \text{ ચો. સે. મી.}$$

17. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનું માપ =  $2\sqrt{3}r$   
 $= 2\sqrt{3} \times 20$   
 $= 40\sqrt{3}$  ચો. મીટર

18. સમાંતર બાજુ ચતુર્ભોગનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times 20 \times 12$   
 $= 120$  ચો. સેમી.

19. સમબાજુ ચતુર્ભોગનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times$  વિકષોના માપનો ગુણાકાર  
 $54 = \frac{1}{2} \times 9 \times$  બીજા વિકષનું માપ  
 $\frac{108}{9} =$  બીજા વિકષનું માપ  
 $12 =$  બીજા વિકષનું માપ

20. ધારોકે  $BD = 16$   
 $\therefore BM = 8$   
 $\Delta AMB$  માં  $\angle AMB$  કાટખૂંડો હોવાથી  
 $AB^2 = AM^2 + BM^2$   
 $(10)^2 = AM^2 + (8)^2$   
 $100 = AM^2 + 64$   
 $36 = AM^2$   
 $6 = AM$   
 $AC = 2AM = 2 \times 6 = 12$



સમબાજુ ચતુર્ભોગનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times AC \times BD$   
 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 16$   
 $= 96$  ચોરસ મીટર

21. સમલંબ ચતુર્ભોગનું ક્ષેત્રફળ =  $\frac{1}{2} \times$  સમાંતર બાજુઓના માપનો સરવાળો  $\times$  સમાંતર બાજુઓના માપ વચ્ચેનું અંતર  
 $= \frac{1}{2} \times (6 + 15) \times 10$   
 $= 105$  ચો. સેમી.

ગડપી ગણિત : 151 :

$$\begin{aligned}
 22. \quad \text{ચાર દિવાલનું ક્ષેત્રફળ} &= 2h(l+b) \\
 &= 2(10)(12+15) \\
 &= 20(27) \\
 &= 540 \text{ ચો. મીટર}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23. \quad \text{ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો (\%)} &= \left( 5 + 10 + \frac{(5)(10)}{100} \right)\% \\
 &= (15 + 0.5)\% \\
 &\equiv 15.5\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 24. \quad \text{ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો(%)} &= \left( 30 - 40 + \frac{(30)(-40)}{100} \right) \% \\
 &= \left( -10 + \frac{(-1200)}{100} \right) \% \\
 &= (-10 - 12)\% \\
 &= -22\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 25. \text{ પહોળાઈમાં કરવો પડતો ઘટાડો (\%)} &= \left( \frac{100 \times x}{100 + x} \right) \% \\
 &= \left( \frac{100 \times 60}{160} \right) \% \\
 &= \left( \frac{6000}{160} \right) \% \\
 &= 37.5\%
 \end{aligned}$$

26. ટકામાં વધારો =  $\left(2x + \frac{x^2}{100}\right)\%$   
 $= \left(2(30) + \frac{(30)^2}{100}\right)\%$   
 $= \left(60 + \frac{900}{100}\right)\%$   
 $= 69\%$

$$27. \text{ ટકામાં ઘટાડો} = \left( 2x - \frac{x^2}{100} \right) \% \\ = \left( 2(40) - \frac{(40)^2}{100} \right) \%$$

$$= \left( 80 - \frac{1600}{100} \right) \%$$

$$= (80 - 16) \%$$

$$= 64 \%$$

28. જો ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર  $x:y$  હોય તો પરિમિતિનો ગુણોત્તર  $\sqrt{x}:\sqrt{y}$  થાય એટલે કે 3:4 થાય.

$$\text{ટકમાં વધારો} = \left( 2(20) + \frac{(20)^2}{100} \right) \%$$

$$= \left( 40 + \frac{400}{100} \right) \%$$

$$= 44 \%$$

$$30. \quad \text{ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો (\%)} = \left( 2(25) - \frac{(25)^2}{100} \right) \%$$

$$= (50 - 6.25) \%$$

$$= 43.75 \%$$

31. જો ત્રિજ્યામાં 25% વધારો કરવામાં આવે તો પરિધમાં પણ 25% વધારો થાય.

$$32. \quad \text{ગોળાની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 28 \times 28 \quad \therefore \text{ક્ષેત્રફળ} = 9856 \text{ ચો.સેમી.}$$

$$33. \quad \text{અર્ધગોળાની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 3\pi r^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \quad \therefore \text{ક્ષેત્રફળ} = 462 \text{ ચો.સેમી.}$$

$$34. \quad \text{નળાકારની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 7 \quad \therefore \text{ક્ષેત્રફળ} = 88 \text{ ચો.મીટર}$$

$$35. \quad \text{નળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 2\pi r(h+r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4(10+4)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 14 \quad \therefore \text{ક્ષેત્રફળ} = 352 \text{ ચો.મીટર}$$

$$36. \quad \text{શંકુનું ક્ષેત્રફળ} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 14 \quad \therefore \text{ક્ષેત્રફળ} = 132 \text{ ચો.મીટર}$$

## ધનક્ષળ

1. એક ગોળાનો વાસ 42 સેમી હોય તો તેનું ધનક્ષળ શોધો.

$$\text{વાસ} = 42 \text{ સેમી}$$

$$\text{ત્રિજ્યા} = 21 \text{ સેમી}$$

$$\text{ગોળાનું ધનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$$

$$= 38808 \text{ ધન સેમી}$$

2. એક અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા 21 સેમી હોય તો તેનું ધનક્ષળ શોધો.

$$\text{ત્રિજ્યા} = 21 \text{ સેમી}$$

$$\text{અર્ધગોળાનું ધનક્ષળ} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$$

$$= 19404 \text{ ધન સેમી}$$

3. એક ગોળાના ધનક્ષળને તેના ક્ષેત્રક્ષણ વડે ભાગવાથી 27 સેમી આવે છે તો તેનો વાસ શોધો.

$$\text{ગોળાનું ધનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{ગોળાનું ક્ષેત્રક્ષણ} = 4\pi r^2$$

$$\frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{4\pi r^2} = 27$$

$$\frac{r}{3} = 27$$

$$\therefore r = 81$$

$$\therefore \text{ત્રિજ્યા} = 81 \text{ સેમી}$$

$$\therefore \text{વાસ} = 162 \text{ સેમી}$$

4. 9 સેમી ત્રિજ્યાના ગોળાને ઓગાળીને 4 મીમી વાસના તારમાં ફેરવવામાં આવે તો તારની લંબાઈ શોધો.

$$\text{ગોળાનું ધનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 9 \times 9 \times 9$$

$$= 972 \pi$$

$$\begin{aligned}
 \text{તારનું ધનફળ} &= \pi r^2 h \\
 &= \pi \times 0.2 \times 0.2 \times h \\
 &= \frac{4\pi h}{100} \\
 \text{ગોળાનું ધનફળ} &= \text{તારનું ધનફળ} \\
 972\pi &= \frac{4\pi h}{100} \\
 \frac{972\pi \times 100}{4\pi} &= h \\
 24300 &= h \\
 \therefore \text{તારની લંબાઈ} &24300 \text{ સેમી હશે.}
 \end{aligned}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{નળાકાર(તાર)ની લંબાઈ} &= \frac{4 \times (\text{ગોળાની ત્રિજ્યા})^3}{3 \times (\text{નળાકારની ત્રિજ્યા})^2} \\
 &= \frac{4 \times (9)^3}{3 \times (0.2)^2} \\
 &= \frac{4 \times 9 \times 9 \times 9 \times 10 \times 10}{3 \times 2 \times 2} \\
 &= 24300 \text{ સેમી}
 \end{aligned}$$

5. 6 સેમી ત્રિજ્યા અને 28 સેમી ઉચ્ચાઈ ધરાવતા નળાકારને ઓગળતા તેમાંથી 0.75 સેમી ત્રિજ્યાની કેટલી ગોળીઓ બને?

$$\begin{aligned}
 \text{ગોળીઓની સંખ્યા} &= \frac{\text{નળાકારનું ધનફળ}}{\text{ગોળીનું ધનફળ}} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{4}{3} \pi r^3} \\
 &= \frac{\pi \times 6 \times 6 \times 28}{\frac{4}{3} \times \pi \times 0.75 \times 0.75 \times 0.75} \\
 &= 1792
 \end{aligned}$$

6. 2 સેમી ત્રિજ્યાની 64 ગોળીઓને ઓગળીને બનતા એક મોટા ગોળાની ત્રિજ્યા શોધો.

$$\begin{aligned}
 \text{ગોળીનું ધનફળ} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \pi (2)^3 \\
 &= \frac{32\pi}{3} \text{ ધન સેમી}
 \end{aligned}$$

$$64 \text{ ગોળીનું ધનક્ષળ} = 64 \times \frac{32\pi}{3} \text{ ધનસેમી}$$

જો મોટા ગોળાની ત્રિજ્યા R હોય તો

$$\text{ગોળાનું ધનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\frac{64 \times 32\pi}{3} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$512 = R^3$$

$$R = 8$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{જ્યારે નાની ગોળીમાંથી મોટો ગોળો બનાવવાનો હોય ત્યારે ગોળાની ત્રિજ્યા}(R) &= r \times \sqrt[3]{\pi} \\ &= 2 \times \sqrt[3]{64} \\ &= 2 \times 4 \\ &= 8 \text{ સેમી}\end{aligned}$$

7. 32 સેમી વાસના ગોળામાંથી 2 સેમી વાસની કેટલી ગોળીઓ બનશે?

$$\text{વાસ} = 32 \text{ સેમી} \quad \text{ત્રિજ્યા} = 16 \text{ સેમી}$$

$$\begin{aligned}\text{ગોળાનું ધનક્ષળ} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi \times 16 \times 16 \times 16 \\ &= \frac{16384\pi}{3} \text{ ધનસેમી}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ગોળીનું ધનક્ષળ} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{વાસ} = 2 \text{ સેમી} \quad \text{ત્રિજ્યા} = 1 \text{ સેમી} \\ &= \frac{4}{3} \pi \times 1 \times 1 \times 1 \\ &= \frac{4\pi}{3} \text{ ધનસેમી}\end{aligned}$$

$$\text{ગોળીની સંખ્યા} = \frac{\frac{16384\pi}{3}}{\frac{4\pi}{3}/3}$$

$$= 4096$$

$\therefore 4096$  ગોળીઓ બને

**Short cut**

જ્યારે એક મોટા ગોળામાંથી નાના ગોળા કે ગોળીઓ બનાવવાની હોય ત્યારે

$$\text{ગોળીઓની સંખ્યા} = \left( \frac{\text{મોટી ત્રિજ્યા}}{\text{નાની ત્રિજ્યા}} \right)^3$$

$$= \left( \frac{16}{1} \right)^3$$

$$= 4096$$

8. જો બે ગોળાના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર 1:4 હોય તો તેમના ઘનફળનો ગુણોત્તર શોધો.

**Short cut**

$$(\text{ગોળાના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર})^3 = (\text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર})^2$$

$$(1:4)^3 = (\text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર})^2$$

$$1:64 = (\text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર})^2$$

$$1:8 = \text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર}$$

9. એક ગોળાની ત્રિજ્યામાં 10% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ઘનફળમાં કેટલા ટકા વધારો થશે?

$$\text{ધારો કે ગોળાની ત્રિજ્યા} = r$$

$$\text{ગોળાનું ઘનફળ} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{ગોળાની ત્રિજ્યામાં થતો વધારો} = r + r \text{ના } 10\%$$

$$= r + 0.r$$

$$= 1.1r$$

$$\text{ગોળાનું ઘનફળ} = \frac{4}{3} \pi (1.1r)^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (1.331r^3)$$

$$\text{ગોળાના ઘનફળમાં થતો વધારો} = \frac{4}{3} \pi (1.331r^3) - \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 (1.331 - 1)$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 (0.331)$$

$$= (0.331) \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ઘનફળ હોય તો થતો વધારો} = 0.331 \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\therefore 100 \text{ ઘનફળ હોય તો થતો વધારો} = ?$$

$$\therefore \frac{0.331 \times 4 \times \pi \times r^3 \times 3 \times 100}{4 \times \pi \times r^3 \times 3}$$

$$= 33.1$$

$\therefore$  ગોળાની ત્રિજ્યામાં 10% વધારો કરવાથી ઘનફળમાં 33.1% વધારો થાય.

### Short cut

જો ગોળાની ત્રિજ્યામાં  $x\%$  નો વધારો કરવામાં આવે તો તેના ઘનક્ષળમાં

$$\left(3x + \frac{3x^2}{100} + \frac{x^3}{10000}\right)\% \text{ નો વધારો થાય.}$$

$$\begin{aligned}\text{થતો વધારો}(\%) &= \left(3(10) + \frac{3(10)^2}{100} + \frac{(10)^3}{10000}\right)\% \\ &= (30 + 3 + 0.1)\% \\ &= 33.1\%\end{aligned}$$

10. એક ઘનની લંબાઈ 4 સેમી, પહોળાઈ 6 સેમી અને ઉંચાઈ 5 સેમી હોય તો તેનું ઘનક્ષળ શોધો.

$$\begin{aligned}\text{ઘનનું ઘનક્ષળ} &= \text{લંબાઈ} \times \text{પહોળાઈ} \times \text{ઉંચાઈ} \\ &= 4 \times 6 \times 5 \\ &= 120 \text{ ઘનસેમી}\end{aligned}$$

11. એક ઘનની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 8 : 5 છે. જો તેનું ઘનક્ષળ 6000 ઘનસેમી હોય અને ઉંચાઈ 6 સેમી હોય તો તેની પહોળાઈ શોધો.

$$\begin{aligned}\text{ઘનની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર} &= 8 : 5 \\ \text{ધારોકે લંબાઈ} &= 8x \text{ સેમી અને પહોળાઈ} = 5x \text{ સેમી} \\ \text{ઉંચાઈ} &= 6 \text{ સેમી} \\ \text{ઘનનું ઘનક્ષળ} &= \text{લંબાઈ} \times \text{પહોળાઈ} \times \text{ઉંચાઈ} \\ 6000 &= 8x \times 5x \times 6 \\ 6000 &= 240x^2 \\ 25 &= x^2 \\ 5 &= x\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ઘનની લંબાઈ} = 8x = 8 \times 5 = 40 \text{ સેમી} \quad \text{પહોળાઈ} = 5x = 5 \times 5 = 25 \text{ સેમી}$$

12. એક ઘનની લંબાઈ 6 સેમી, પહોળાઈ 3 સેમી અને ઉંચાઈ 2 સેમી છે તો તેની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રક્ષળ શોધો.

$$\begin{aligned}\text{ઘનનું કુલ ક્ષેત્રક્ષળ} &= 2 [l b + b h + h l] \\ &= 2 [(6)(3) + (3)(2) + (2)(6)] \\ &= 2(18 + 6 + 12) \\ &= 2(36) \\ &= 72 \text{ ચો. સેમી}\end{aligned}$$

13. એક સમઘનની એક બાજુની લંબાઈ 11 સેમી હોય તો તેનું ઘનક્ષળ કેટલું થાય?

$$\begin{aligned}\text{સમઘનનું ઘનક્ષળ} &= l^3 \\ &= (11)^3 = 1331 \text{ ઘનસેમી}\end{aligned}$$

14. એક સમધનની એક બાજુની લંબાઈ 8 સેમી હોય તો તેના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ કેટલું હશે?

$$\begin{aligned}\text{સમધનના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ} &= 6l^2 \\ &= 6(8)^2 \\ &= 384 \text{ ઘનસેમી}\end{aligned}$$

15. એક સમધનના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ 600 ચોરસ સેમી હોય તો તેના મોટામાં મોટા કર્ણનું માપ શોધો.

$$\begin{aligned}\text{સમધનના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ} &= 6l^2 \\ 600 &= 6l^2 \\ 100 &= l^2 \\ l &= 10 \\ \text{સમધનના કર્ણની લંબાઈ} &= \sqrt{3l} \\ &= \sqrt{3} \times 10 \\ &= 10\sqrt{3} \text{ સેમી}\end{aligned}$$

16. એક નળાકારની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ 1056 ચોરસસેમી છે. જો તેની ઉંચાઈ 8 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ શોધો.

$$\begin{aligned}\text{નળાકારની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} &= 2\pi rh \\ \therefore 2\pi rh &= 1056 \\ 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 8 &= 1056 \\ r &= \frac{1056 \times 7}{2 \times 22 \times 8} \\ r &= 21 \\ \text{નળાકારનું ઘનફળ} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 8 \\ &= 11088 \text{ ઘનસેમી}\end{aligned}$$

17. એક શંકુની ઉંચાઈ 18 સેમી અને વ્યાસ 14 સેમી હોય તો શંકુનું ઘનફળ શોધો.

$$\begin{aligned}\text{શંકુનું ઘનફળ} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h & \text{વ્યાસ} &= 14 \text{ સેમી} & \therefore \text{ત્રિજ્યા} &= 7 \text{ સેમી} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 18 \\ &= 924 \text{ ઘનસેમી}\end{aligned}$$

18. એક દિવાલની લંબાઈ 15 મીટર, જાડાઈ 40 સેમી અને પહોળાઈ 2.50 મીટર છે તો 25 સેમી  $\times$  15 સેમી  $\times$  10 સેમી માપની કેટલી ઈટોની જરૂર પડે?

$$\text{દિવાલનું ઘનફળ} = l \times b \times h$$

$$= 15 \times 2.5 \times 0.40$$

$$= 15 \text{ ધનમીટર}$$

$$\text{ઈટનું ધનફળ} = 0.25 \times 0.15 \times 0.10$$

$$= 0.00375 \text{ ધનમીટર}$$

$$\text{ઇટોની સંખ્યા} = \frac{15}{0.00375} \\ = 4000 \text{ ઇટ}$$

- 19.** ત્રણ સમધનોની બાજુના માપ અનુક્રમે 8 સેમી, 10 સેમી અને 6 સેમી છે. તે ત્રણેયને ઓગાળીને તેમાંથી મૂલ સમધન બનાવવાનો હોય તો તેની બાજુની લંબાઈ શોધો.

$$\begin{aligned}\text{ત્રણેય સમધનનું ધનફળ} &= (8)^3 + (10)^3 + (6)^3 \\ &= 512 + 1000 + 216 \\ &= 1728 \text{ ધનસેમી}\end{aligned}$$

$$\text{મોટા સમધનનું ધનફળ} = 1728$$

$$a^3 = 1728$$

$$a = 12$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{મોટા સમધનની બાજુની લંબાઈ} &= \sqrt[3]{(6)^3 + (8)^3 + (10)^3} \\ &= \sqrt[3]{216 + 512 + 1000} \\ &= \sqrt[3]{1728} \\ &= 12\end{aligned}$$

- 20.** 3 સેમી બાજુવાળા એક સમધનને ઓગાળીને 1 સેમી બાજુવાળા કેટલા સમધન બને?

$$\begin{aligned}3 \text{ સેમી બાજુવાળા સમધનનું ધનફળ} &= 3^3 \\ &= (3)^3 \\ &= 27\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 \text{ સેમી બાજુવાળા સમધનનું ધનફળ} &= 1^3 \\ &= (1)^3 \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\text{સમધનોની સંખ્યા} = \frac{27}{1} = 27$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{સમધનોની સંખ્યા} &= \left( \frac{\text{મોટી બાજુનું માપ}}{\text{નાની બાજુનું માપ}} \right)^3 \\ &= \left( \frac{3}{1} \right)^3 = 27\end{aligned}$$

21. એક લોખંડના પોલા નળાકારની બહારનો વાસ 50 સેમી અને અંદરનો વાસ 46 સેમી છે. જો તેની લંબાઈ 140 સેમી હોય તો લોખંડની ધાતુનું ઘનફળ શોધો.

### Short cut

$$\text{ધાતુ(લોખંડનું) ઘનફળ} = \pi \times h \left[ (\text{બહારની ત્રિજ્યા})^2 - (\text{અંદરની ત્રિજ્યા})^2 \right]$$

$$= \frac{22}{7} \times 140 \left[ (25)^2 - (23)^2 \right]$$

$$= 42240$$

22. 5 મીટર ઉચ્ચી, 3 મીટર લાંબી અને 2 મીટર પહોળી ટાંકીમાં કેટલા લિટર પાણી સમાય શકે?

$$\text{ટાંકીનું ઘનફળ} = l \times b \times h$$

$$= 3 \times 2 \times 5$$

$$= 30 \text{ ઘનમીટર}$$

$$1 \text{ ઘનમીટર} = 1000 \text{ લિટર}$$

$$\therefore 30 \text{ ઘનમીટર} = ?$$

$$30 \times 1000 = 30,000 \text{ લિટર}$$

## પ્રક્રિયા

- એક ગોળાની ત્રિજ્યા 10.5 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ કેટલા ઘનસેમી થાય?
- એક ગોળાનું ઘનફળ 38808 ઘનસેમી છે તો તેની વક્સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
- એક સમઘનના પૃષ્ઠફળોનું કુલ ક્ષેત્રફળ 1734 ચોરસ સેમી છે તો તેનું ઘનફળ શોધો.
- એક ગોળાની ત્રિજ્યા 6 સેમી છે તો તેમાંથી 1 સેમી વાસની નાની કેટલી ગોળીઓ બનશે?
- 28 સેમી ઉચ્ચાઈ અને 6 સેમી ત્રિજ્યાના નળાકારમાંથી 1.5 સેમી વાસની કેટલી ગોળીઓ બનશે?
- 10 સેમી  $\times$  3 સેમી  $\times$  4 સેમી માપની ઈંટના પૃષ્ઠફળોનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
- એક ગોળાનો વાસ 12 સેમી છે તો તેમાંથી 3 સેમી વાસનો કેટલી લંબાઈનો તાર મળે?
- એક શંકુની ઉચ્ચાઈ 24 સેમી અને પાયાની ત્રિજ્યા 7 સેમી હોય તો શંકુનું ઘનફળ શોધો.
- 4 મીટર લાંબી, 3 મીટર પહોળી અને 13 સેમી ઉચ્ચી દીવાલ બનાવવા માટે 20 સેમી  $\times$  12 સેમી  $\times$  6.5 સેમી માપની કેટલી ઈંટો જોઈએ?
- 5 સેમી વાસના પાઈપમાંથી એક ટાંકી 1 કલાકમાં પૂરી ભરાય છે જો પાઈપનો વાસ 10 સેમી કરવામાં આવે તો ટાંકી કેટલા સમયમાં ભરાય?
- જો ગોળાની ત્રિજ્યામાં 20% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ઘનફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?
- એક ટાંકીમાં 42000 લિટર પાણીની ક્ષમતા છે. જો તેની લંબાઈ 6 મીટર અને પહોળાઈ 3.5 મીટર હોય તો તેની ઉંડાઈ શોધો.
- એક સમઘનના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ 2400 ઘન સેમી હોય તો તેમાથી બનતા ગુરુત્તમ કર્ણનું માપ શોધો.

14. એક નળાકારની ત્રિજ્યા અને ઉંચાઈમાં 10% વધારો કરવાથી તેના ઘનક્ષળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?
15. એક સમધનની બાજુની લંબાઈમાં 50% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ઘનક્ષળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

**જવાબો**

$$1. \text{ ગોળાનું ઘનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi r^3 \\ = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{105}{10} \times \frac{105}{10} \times \frac{105}{10} \\ = 4851 \text{ ઘન સેમી}$$

$$2. \text{ ગોળાનું ઘનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi r^3 \\ 38808 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$$

$$\frac{38808 \times 3 \times 7}{4 \times 22} = r^3$$

$$9261 = r^3$$

$$(21)^3 = r^3$$

$$r = 21 \text{ સેમી}$$

$$\text{ગોળાનું ક્ષેત્રક્ષળ} = 4\pi r^2 \\ = 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \\ = 5544 \text{ ઘન સેમી}$$

$$3. \text{ સમધનના પૂર્ણક્ષળોનું ક્ષેત્રક્ષળ} = 6l^2$$

$$1734 = 6l^2$$

$$289 = l^2$$

$$17 = l$$

$$\text{સમધનનું ઘનક્ષળ} = l^3 \\ = (17)^3 \\ = 4913 \text{ ઘન સેમી}$$

$$4. \text{ ગોળાનું ઘનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi r^3 \\ = \frac{4}{3} \pi (6)^3 \\ = 288\pi \text{ ઘન સેમી}$$

$$\text{ગોળીનું ઘનક્ષળ} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ = \frac{\pi}{6} \text{ ઘન સેમી}$$

$$\text{ગોળીની સંખ્યા} = \frac{288\pi \times 6}{\pi} = 1728$$

**Short cut**

$$\begin{aligned}\text{ગોળીની સંખ્યા} &= \left( \frac{\text{મોટી ત્રિજ્યા}}{\text{નાની ત્રિજ્યા}} \right)^3 \\ &= \left( \frac{6}{1/2} \right)^3 \\ &= 1728\end{aligned}$$

5. નળાકારનું ધનફળ =  $\pi r^2 h$

$$\begin{aligned}&= \pi \times 6 \times 6 \times 28 \\ &= 36 \times 28 \pi \text{ ધનસેમી} \\ \text{ગોળીનું ધનફળ} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{3}{4}\right)^3 \\ &= \frac{9}{16} \pi \text{ ધનસેમી} \\ \text{ગોળીની સંખ્યા} &= \frac{36 \times 28 \pi \times 16}{9\pi} = 1792\end{aligned}$$

$$\text{વ્યાસ} = \frac{3}{2} \text{ સેમી} \quad \therefore \text{ત્રિજ્યા} = \frac{3}{4} \text{ સેમી}$$

6. ડિટના પૃષ્ઠફળ નું ક્ષેત્રફળ =  $2(l \times b + b \times h + l \times h)$

$$\begin{aligned}&= 2(30 + 12 + 40) \\ &= 164 \text{ ચોરસ સેમી}\end{aligned}$$

7. ગોળાનો વ્યાસ = 12 સેમી

$$\begin{aligned}\text{ત્રિજ્યા} &= 6 \text{ સેમી} \\ \text{ગોળાનું ધનફળ} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (6)^3 \\ &= 288 \pi \text{ ધનસેમી} \\ \text{તારનું ધનફળ} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times (1.5)^2 \times h \\ &= (2.25)\pi h \text{ ધનસેમી}\end{aligned}$$

$$\therefore 288\pi = (2.25)\pi h$$

$$h = 128$$

$\therefore$  તારની લંબાઈ 128 સેમી થાય.

$$8. \text{ शंकुनु धनक्षण} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 \\ = 1232 \text{ धनसेमी}$$

$$9. \text{ दीवालनु धनक्षण} = 400 \times 300 \times 13 \text{ धनसेमी} \\ \text{ ईटनु धनक्षण} = 20 \times 12 \times 6.5 \text{ धनसेमी} \\ \text{ ईटोनी संख्या} = \frac{400 \times 300 \times 13}{20 \times 12 \times 6.5} \\ = 1000$$

$$10. \text{ व्यास} = 5 \text{ सेमी} \\ \text{ त्रिज्या} = 5/2 \text{ सेमी} \\ \text{ पार्टिनु धनक्षण} = \pi r^2 h \\ = \frac{25}{4} \pi h \\ \text{ जो व्यास} = 10 \therefore \text{ त्रिज्या} = 5 \\ \text{ धनक्षण} = \pi r^2 h \\ = (25) \pi h$$

बमेना धनक्षणनो गुणोत्तर 1:4 होवाथी समयनो गुणोत्तर 4:1 थरे.

$$\therefore \text{ लागतो समय} = \frac{60}{4} = 15 \text{ मिनिट}$$

$$11. \text{ धनक्षणमां वधारो \%} = \left( 3x + \frac{3x^2}{100} + \frac{x^3}{10000} \right) \% \\ = \left( 3(20) + \frac{3(20)^2}{100} + \frac{(20)^3}{10000} \right) \% \\ = (60 + 12 + 0.8)\% \\ = 72.8\%$$

$$12. \text{ टांकीनु धनक्षण} = 42000 \text{ लिटर} = 42 \text{ धनमीटर} \\ \text{ टांकीनु धनक्षण} = 1 \times b \times h$$

$$42 = 6 \times 3.5 \times h$$

$$2 = h$$

$\therefore$  टांकी 2 मीटर ऊँडी हरे.

$$13. \text{ समधनना पृष्ठभागोनु क्षेत्रक्षण} = 6l^2 \\ 2400 = 6l^2 \\ 400 = l^2$$

$$20 = 1$$

$$\begin{aligned}\text{સમધનના કર્ણની લંબાઈ} &= 3\sqrt{1} \\ &= \sqrt{3} \times 20 \\ &= 20\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}14. \quad \text{ઘનક્ષળમાં વધારો \%} &= \left( 3x + \frac{3x^2}{100} + \frac{x^3}{10000} \right) \% \\ &= \left( 3(10) + \frac{3(10)^2}{100} + \frac{(10)^3}{10000} \right) \% \\ &= (30 + 3 + 0.1)\% \\ &= 33.1\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}15. \quad \text{ઘનક્ષળમાં ઘટાડો \%} &= \left( 3(-50) + \frac{3(-50)^2}{100} + \frac{(-50)^3}{10000} \right) \% \\ &= (-150 + 75 - 12.5)\% \\ &= -87.5\%\end{aligned}$$

## નળ અને ટાંકી

1. એક ટાંકી A નળથી 15 મિનિટમાં અને B નળથી 10 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બસે નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

$$A \text{ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 15 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{15}$$

$$B \text{ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 10 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{10}$$

$$\text{બસે નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો} 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{2+3}{30}$$

$$= \frac{5}{30}$$

$$= \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} \text{ ભાગની ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 1 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{6}} = 6 \text{ મિનિટ}$$

### Short cut

જો ટાંકી A નળથી x સમયમાં અને B નળથી y સમયમાં ભરાય તો બસે નળથી ટાંકી

$$\frac{xy}{x+y} \text{ સમયમાં ભરાય.}$$

$$\begin{aligned} \text{બસે નળથી ભરાતા લાગતો સમય} &= \frac{xy}{x+y} \\ &= \frac{15 \times 10}{15+10} \\ &= 6 \text{ મિનિટ} \end{aligned}$$

2. એક ટાંકી A નળથી 10 મિનિટમાં, B નળથી 12 મિનિટમાં અને C નળથી 60 મિનિટમાં ભરાય છે. જો ત્રણેય નળ એક સાથે ખોલવામાં આવે તો ખાલી ટાંકીને પૂરી ભરાતા કેટલો સમય લાગશે?

$$A \text{ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 10 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{10}$$

$$B \text{ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 12 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{12}$$

$$C \text{ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 60 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{60}$$

$$\text{ત્રણેય નળ સાથે ચાલુ કરતા } 1 \text{ મિનિટમાં ભરાતી ટાંકી = } \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{60}$$

$$= \frac{6+5+1}{60}$$

$$= \frac{12}{60}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5} \text{ ભાગની ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 1 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{\frac{1 \times 1}{1}}{5} = 5 \text{ મિનિટ}$$

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{ત્રણા નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} &= \frac{xyz}{xy + yz + zx} \\ &= \frac{(10)(12)(60)}{(10)(12) + (12)(60) + (60)(10)} \\ &= \frac{7200}{120 + 720 + 600} \end{aligned}$$

$$= \frac{7200}{1440} \\ = 5 \text{ મિનિટ}$$

3. A નળથી એક ટાંકી 8 કલાકમાં ભરાય છે. જ્યારે B નળથી ભરેલી ટાંકી 16 કલાકમાં ખાલી થાય છે. જો બસે નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગશે?

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 8 કલાક

$$1 \text{ કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{8}$$

$$B \text{ નળથી ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય} = 16 \text{ કલાક}$$

$$\therefore 1 \text{ કલાકમાં ટાંકીનો ખાલી થતો ભાગ} = \frac{1}{16}$$

$$\text{બસે નળથી } 1 \text{ કલાકમાં ભરાતી ટાંકી} = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{2-1}{16} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{16} \text{ ભાગની ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 1 \text{ કલાક}$$

$$\therefore 1 \text{ ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{16}} = 16 \text{ કલાક}$$

$$\therefore 1 \text{ ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 16 \text{ કલાક}$$

### Short cut

$$\frac{xy}{y-x} = \frac{8 \times 16}{16-8} \quad x = \text{ભરાતા લાગતો સમય} \\ y = \text{ખાલી થતા લાગતો સમય}$$

$$= \frac{128}{8} \\ = 16$$

4. એક ટાંકીને એક નળથી ભરાતા 15 કલાક લાગે છે. પરંતુ તળીયામાં લીકેજ હોવાથી તે નળથી ટાંકીને ભરાતા 20 કલાક લાગે છે. જો ટાંકી સંપૂર્ણ ભરેલી હોય તો લીકેજને કારણે ખાલી થતા કેટલો સમય લાગે?

એક નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 15 કલાક

$$\therefore 1 \text{ કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{15}$$

$$\text{લીકેજ ને કારણે ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 20 \text{ કલાક}$$

$$\therefore 1 \text{ કલાકમાં લીકેજને કારણે ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = \frac{1}{20}$$

$$1 \text{ કલાકમાં લીકેજને કારણે ખાલી થતો ટાંકીનો ભાગ = \frac{1}{15} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{4-3}{60} = \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{60} \text{ ભાગની ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય} = 1 \text{ કલાક}$$

$$\therefore 1 \text{ ભરેલી ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{\frac{1 \times 1}{1}}{\frac{1}{60}} = 60 \text{ કલાક}$$

**Short cut**

$$\frac{xy}{y-x} = \frac{15 \times 20}{20-15} = 60 \text{ કલાક}$$

5. A નળથી એક ટાંકી 10 મિનિટમાં ભરાય છે. અને B નળથી તે જ ટાંકી 12 મિનિટમાં ભરાય છે જ્યારે C નળથી ભરેલી ટાંકી 60 મિનિટમાં ખાલી થાય છે. જો ત્રણેય નળ એક સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

$$A \text{ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 10 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{10}$$

$$B \text{ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 12 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{12}$$

$$C \text{ નળથી ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય} = 60 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ખાલી થતો ભાગ} = \frac{1}{60}$$

$$\begin{aligned} \text{ત્રણેય નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} &= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \\ &= \frac{6+5-1}{60} \\ &= \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{6} \text{ ભાગની ટાંકીને ભરતા લાગતો સમય} = 1 \text{ કલાક}$$

$\therefore 1 \text{ ટાંકીને ભરતા લાગતો સમય} = ?$

$$\frac{\frac{1 \times 1}{1}}{6} = 6 \text{ કલાક}$$

**Short cut** જો એક ટાંકી A નળથી x મિનિટમાં ભરાય B નળથી y મિનિટમાં ભરાય અને C નળથી z મિનિટમાં

$$\begin{aligned}\text{ખાલી થાય તો ત્રણેય નળથી ટાંકીને ભરતા લાગતો સમય} &= \frac{xyz}{xz + yz - xy} \\ &= \frac{10 \times 12 \times 60}{(10)(60) + (12)(60) - (10)(12)} \\ &= \frac{7200}{(600) + (720) - (120)} \\ &= 6 \text{ કલાક}\end{aligned}$$

6. A નળથી એક ટાંકી 15 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે B નળથી તે ટાંકી 20 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે C નળથી 18 લિટર/મિનિટથી પાણી બહાર નીકળે છે. જો ત્રણેય નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરતા 20 મિનિટ લાગે છે તો ટાંકીની ક્ષમતા કેટલા લિટરની હશે?

$$A \text{ નળથી ટાંકીને ભરતા લાગતો સમય} = 15 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરતો ભાગ} = \frac{1}{15}$$

$$B \text{ નળથી ટાંકીને ભરતા લાગતો સમય} = 20 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરતો ભાગ} = \frac{1}{20}$$

$$A \text{ અને } B \text{ બસે નળથી } 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરતો ભાગ} = \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$$

$$= \frac{4+3}{60}$$

$$= \frac{7}{60}$$

$$A, B \text{ અને } C \text{ ત્રણેય નળથી ટાંકીને ભરતા લાગતો સમય} = 20 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરતો ભાગ} = \frac{1}{20}$$

$$\begin{aligned} \text{C નળથી 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ખાલી થતો ભાગ} &= \frac{7}{60} - \frac{1}{20} \\ &= \frac{7-3}{60} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{15} \text{ ભાગની ટાંકી માટેનું પાણી} = 18 \text{ લિટર}$$

$$\therefore 1 \text{ ટાંકી માટેનું પાણી} = ?$$

$$\frac{18 \times 1}{\frac{1}{15}} = 18 \times 15 = 270 \text{ લિટર}$$

$\therefore$  ટાંકીની ક્ષમતા 270 લિટર હશે.

7. A, B અને C નળથી એક ટાંકીને ભરાતા 8 કલાક લાગે છે. જો બે કલાક પછી A નળ બંધ કરી દીધા પછી બાકી રહેલા ટાંકીના ભાગને ભરાતા 8 કલાક સમય લાગે તો ફક્ત A નળથી ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

A, B અને C નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 8 કલાક

$$\therefore 1 \text{ કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore 2 \text{ કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{ટાંકીનો બાકી રહેલો ભાગ} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$8 \text{ કલાકમાં } B \text{ અને } C \text{ નળથી ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 1 \text{ કલાકમાં } B \text{ અને } C \text{ નળથી ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = ?$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$$

$$A \text{ નળથી } 1 \text{ કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{8} - \frac{3}{32}$$

$$= \frac{4-3}{32}$$

$$= \frac{1}{32}$$

$\frac{1}{32}$  માં ભાગની ટાંકીને ભરાતા A નળને લાગતો સમય = 1 કલાક  
 $\therefore$  1 ટાંકીને ભરાતા A નળને લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{32}} = 32 \text{ કલાક}$$

8. બે નળ A અને B થી એક હોજ ભરાતા અનુક્રમે 16 કલાક અને 24 કલાક લાગે છે. બસે નળ સાથે ખોલ્યા પછી કેટલા કલાક પછી B નળને બંધ કરવાથી હોજને ભરાતા કુલ 12 કલાક લાગે?

$$\begin{aligned} A \text{ અને } B \text{ નળ દ્વારા 1 કલાકમાં ભરાતો હોજ} &= \frac{1}{16} + \frac{1}{24} \\ &= \frac{3+2}{48} \\ &= \frac{5}{48} \end{aligned}$$

ધારોકે  $x$  કલાક પછી B નળ બંધ કરવામાં આવે છે

$$\therefore x \text{ કલાકમાં } A \text{ અને } B \text{ નળથી ભરાતો ભાગ} + (12-x) \text{ કલાકમાં } A \text{ નળથી ભરાતો ભાગ} = 1$$

$$\begin{aligned} x \left( \frac{5}{48} \right) + (12-x) \left( \frac{1}{16} \right) &= 1 \\ \frac{5x}{48} + \frac{12}{16} - \frac{x}{16} &= 1 \\ \frac{5x+36-3x}{48} &= 1 \\ \therefore x &= 6 \end{aligned}$$

$\therefore$  બસે નળ સાથે ખોલ્યા પછી 6 કલાક પછી B નળ બંધ કરવાથી હોજ કુલ 12 કલાકમાં ભરાય

### Short cut

બે નળથી એક ટાંકી  $x$  કલાક અને  $y$  કલાકમાં ભરાય તો સમય પછી બીજો નળ બંધ કરવાથી હોજ  $z$  કલાકમાં ભરાય

$$\begin{aligned} t &= \frac{y(x-z)}{x} && \text{જ્યાં } x = 16 \\ &= \frac{24(16-12)}{16} && y = 24, \\ &= \frac{24(4)}{16} && z = 12 \\ &= 6 \text{ કલાક} && t = ? \end{aligned}$$

9. એક નળથી એક ટાંકી 20 મિનિટમાં અને બીજા નળથી તે ટાંકી 25 મિનિટમાં ભરાય છે. બતે નળ સાથે 5 મિનિટ ચાલુ રાખ્યા પછી બીજા નળને બંધ કરતા, પહેલા નળથી ટાંકીનો બાકીનો ભાગ ભરાતા કેટલો સમય વધારે લાગશે?  
પહેલા નળથી ટાંકી ભરાતા લાગતો સમય = 20 મિનિટ

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{20}$$

$$\text{બીજા નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 25 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{25}$$

$$1 \text{ મિનિટમાં બતે નળથી ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{20} + \frac{1}{25}$$

$$= \frac{5+4}{100}$$

$$= \frac{9}{100}$$

$$5 \text{ મિનિટમાં બતે નળથી ભરાતો ભાગ} = \frac{9}{100} \times 5 = \frac{9}{20}$$

$$\text{ટાંકીનો બાકી ભાગ} = 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$$

$$\frac{1}{20} \text{ ભાગની ટાંકીને પહેલા નળથી ભરાતા લાગતો સમય} = 1 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore \frac{11}{20} \text{ ભાગની ટાંકીને પહેલા નળથી ભરાતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{11}{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{1 \times 20 \times 11}{20} = 11$$

$\therefore$  પહેલા નળથી ટાંકીનો બાકીનો ભાગ ભરાતા 11 મિનિટ વધારે લાગશે.

Short cut

$$t = \frac{y(x-z)}{x} \quad \text{જ્યાં } x = 20 \quad (\text{દાખલા 8 ના સૂત્ર મુજબ})$$

$$5 = \frac{25(20-z)}{20} \quad \begin{aligned} y &= 25 \\ t &= 5 \\ z &=? \end{aligned}$$

$$\frac{100}{25} = 20 - z$$

$$\therefore z = 16 \quad \text{કુલ 16 મિનિટ લાગે તેથી } 16 - 5 = 11 \text{ મિનિટ વધારે લાગે.}$$

10. એક નળથી એક ટાંકી 6 મિનિટમાં અને બીજા નળથી તે જ ટાંકી 7 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બત્તે નળ વારાફરતી એક-એક મિનિટ ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

એક નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 6 મિનિટ

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{6}$$

$$\text{બીજા નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય} = 7 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore 1 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} = \frac{1}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{આમ કુલ 2 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} &= \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \\ &= \frac{13}{42} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \text{ મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ} &= 3 \times \frac{13}{42} \\ &= \frac{13}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \text{ મિનિટ પછી ટાંકીનો ખાલી ભાગ} &= 1 - \frac{13}{14} \\ &= \frac{1}{14} \end{aligned}$$

6 મિનિટ પછી પહેલો નળ ખોલવામાં આવે છે જે 1 મિનિટમાં  $\frac{1}{6}$  ભાગ ભરે છે જ્યારે તેનાથી ઓછો ભાગ  $\frac{1}{14}$  હોવાથી

$$\frac{1}{6} \text{ ભાગ પહેલાનળથી ભરાતા લાગતો સમય} = 1 \text{ મિનિટ}$$

$$\therefore \frac{1}{14} \text{ ભાગ પહેલાનળથી ભરાતા લાગતો સમય} = ?$$

$$\frac{1 \times 6}{14} = \frac{3}{7} \text{ મિનિટ}$$

$$\text{આમ કુલ } 6 + \frac{3}{7} = 6 \frac{3}{7} \text{ મિનિટ લાગે}$$

### Short cut

નળને વારાફરતી ખોલવાથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય

$$= 2 \left( \frac{xy}{x+y} \text{ નો પૂણ્યાંક} \right) + \frac{\text{શેષ}}{y}$$

$$\text{જ્યાં } \frac{xy}{x+y} \text{ નો પૂર્ણાંક} = \frac{6 \times 7}{6+7} = \frac{42}{13} \text{ નો પૂર્ણાંક} = 3$$

$$\text{જ્યાં } \frac{xy}{x+y} \text{ ની શેષ} = \frac{42}{13} \text{ ની શેષ} = 3$$

$$\therefore 2\left(\frac{xy}{x+y} \text{ નો પૂર્ણાંક}\right) + \frac{\text{શેષ}}{y} = 2 \times 3 + \frac{3}{7}$$

$$= 6 + \frac{3}{7} \text{ મિનિટ}$$

$$= 6 \frac{3}{7} \text{ મિનિટ}$$

11. A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય તો B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય કરતા 10 કલાક ઓછો છે.

જો બસે નળથી ટાંકી 12 કલાકમાં ભરાય તો A નળથી ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

ધારો કે B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય =  $x$  કલાક

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય =  $(x - 10)$  કલાક

$\therefore B$  નળથી એક કલાકમાં ભરાતી ટાંકી =  $\frac{1}{x}$  ભાગ

$\therefore A$  નળથી એક કલાકમાં ભરાતી ટાંકી =  $\frac{1}{x-10}$  ભાગ

બસે નળથી ટાંકી 12 કલાકમાં ભરાય છે.

$\therefore$  બસે નળથી એક કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ =  $\frac{1}{12}$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x-10+x}{x(x-10)} = \frac{1}{12}$$

$$12x - 120 + 12x = x^2 - 10x$$

$$x^2 - 34x + 120 = 0$$

$$(x-30)(x-4) = 0$$

$$x = 30 \text{ અથવા } x = 4 \quad (x = 4 \text{ શક્ય નથી})$$

$\therefore B$  નળથી ટાંકી 30 કલાકમાં ભરાય જ્યારે A નળથી ટાંકી  $30 - 10 = 20$  કલાકમાં ભરાય.

## પ્રક્રિયા

1. એક ટાંકી બે નળથી અનુકૂમે 20 કલાક અને 30 કલાકમાં ભરાય છે. જો બસે નળ સાથે ચાલુ કરવામાં આવે તો ટાંકીને ભરતા કેટલો સમય લાગે?
2. એક ટાંકી A અને B નળથી 40 મિનિટમાં ભરાય છે. જો A નળથી ખાલી ટાંકી 72 મિનિટમાં ભરાતી દોષ તો B નળથી ખાલી ટાંકી ભરતા કેટલો સમય લાગે?
3. એક ટાંકી A નળથી 10 મિનિટમાં, B નળથી 12 મિનિટમાં અને C નળથી 15 મિનિટમાં ભરાય છે. જો ત્રણેય નળ એક સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરતા કેટલો સમય લાગે?
4. એક ટાંકી એક નળથી 4 કલાકમાં ભરાય છે. જ્યારે બીજા નળથી ભરેલી ટાંકી 12 કલાકમાં ખાલી થાય છે. જો બસે નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરતા કેટલો સમય લાગે?
5. એક હોજ A પાઈપથી 24 કલાકમાં, B પાઈપથી 30 કલાકમાં ભરાય છે અને ભરેલો હોજ C પાઈપથી 40 કલાકમાં ખાલી થાય છે. જો ત્રણેય પાઈપ સાથે ખોલવામાં આવે તો હોજને ભરતા કેટલો સમય લાગે?
6. A નળથી એક ટાંકી 8 મિનિટમાં અને B નળથી તે જ ટાંકી 12 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બસે નળ સાથે ચાલુ કરવામાં આવે તો કેટલા સમય પછી B નળને બંધ કરવાથી ટાંકીને ભરતા કુલ 6 મિનિટ લાગે?
7. એક હોજ A નળથી 10 મિનિટમાં અને B નળથી 12 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે C નળથી 10 લિટર/મિનિટથી પાણી બહાર આવે છે. જો ત્રણેય નળને ખોલવામાં આવે તો હોજને ભરતા 7.5 મિનિટ લાગે છે તો હોજની ક્ષમતા કેટલા લિટરની હશે?
8. A, B, અને C ત્રણેય નળથી એક ટાંકી 6 કલાકે ભરાય છે. ત્રણેય નળ બે કલાક ચાલુ રાખ્યા પછી C નળ બંધ કરવામાં આવે તો A અને B નળથી બાકીનો ભાગ 7 કલાકમાં ભરાય છે તો C નળથી ટાંકીને ભરતા કેટલો સમય લાગે?
9. A નળથી એક ટાંકી 12 મિનિટમાં અને B નળથી તે જ ટાંકી 15 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે C નળથી ભરેલ ટાંકી 6 મિનિટમાં ખાલી થાય છે. જો A અને B નળ એક સાથે 5 મિનિટ ચાલુ રાખ્યા પછી ત્રીજો C નળ ચાલુ કરવામાં આવે તો ટાંકીને ખાલી થતા કેટલો સમય લાગે?
10. A નળથી એક ટાંકી B નળ કરતા ચાર ગણી ઝડપે ભરી શકાય છે. જો બસે નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરતા 36 મિનિટ લાગે છે. તો A નળથી ટાંકી ભરતા કેટલો સમય લાગે?

**જવાબો**

$$\begin{aligned}
 \text{સમય} &= \frac{xy}{x+y} \\
 &= \frac{20 \times 30}{20 + 30}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{600}{50}$$

$$= 12 \text{ करोड़}$$

2. वनजधी लागतो समय =  $\frac{xy}{y-x}$

$$= \frac{40 \times 72}{72 - 40}$$

$$= 90 \text{ मिनिट}$$

3. समय =  $\frac{xyz}{xy + yz + zx}$

$$= \frac{10 \times 12 \times 15}{(10)(12) + (12)(15) + (15)(10)}$$

$$= \frac{1800}{450} = 4 \text{ मिनिट}$$

4. लागतो समय =  $\frac{xy}{y-x}$

$$= \frac{4 \times 12}{12 - 4}$$

$$= \frac{48}{8}$$

$$= 6 \text{ करोड़}$$

5. लागतो समय =  $\frac{xyz}{yz + zx - xy}$

$$= \frac{24 \times 30 \times 40}{(30)(40) + (40)(24) - (24)(30)}$$

$$= \frac{28800}{1200 + 960 - 720}$$

$$= \frac{28800}{1440}$$

$$= 20 \text{ करोड़}$$

6.  $t = \frac{y(x-z)}{x}$

$$= \frac{12(8-6)}{8}$$

$$= \frac{12 \times 2}{8}$$

$$= 3 \text{ મિનિટ}$$

7. ધારોકે C નળથી હોજ x મિનિટમાં ખાલી થાય છે.

$$\therefore \frac{15}{2} = \frac{10 \times 12 \times x}{10x + 12x - 10 \times 12}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{120x}{22x - 120}$$

$$330x - 1800 = 240x$$

$$x = 20 \text{ મિનિટ}$$

$$\text{હોજની ક્ષમતા} = 20 \times 10 = 200 \text{ લિટર}$$

8. ત્રણેય નળથી એક કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ =  $\frac{1}{6}$

બે કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ =  $\frac{1}{3}$

$$\therefore \text{બાકીનો ભાગ} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$  ભાગની ટાંકીને (A+B) નળથી ભરાતા લાગતો સમય = 7 કલાક

$\therefore 1$  ટાંકીને (A+B) નળથી ભરાતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{7 \times 3}{2} = \frac{21}{2} \text{ કલાક}$$

$\therefore (A+B)$  નળથી 1 કલાકમાં ટાંકીનો  $\frac{2}{21}$  ભાગ ભરાય

$\therefore C$  નળથી 1 કલાકમાં  $\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{21}\right) = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$  ભાગ ભરાય

$\frac{1}{14}$  ભાગની ટાંકીને C નળથી ભરાતા લાગતો સમય = 1 કલાક

$\therefore 1$  ટાંકીને C નળથી ભરાતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{1/14} = 14 \text{ કલાક}$$

9. 5 મિનિટમાં A અને B નળથી ભરાતી ટાંકી =  $5 \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{15} \right) = \frac{3}{4}$

$$\text{ऋणेय नन खोलवाढी } 1 \text{ मिनिटमां खाली थतो टांकीनो भाग} = \frac{1}{6} - \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{15} \right)$$

$$= \frac{1}{60}$$

$\frac{1}{60}$  भाग खाली थता लागतो समय = 1 मिनिट

$\therefore \frac{3}{4}$  भाग खाली थता लागतो समय = ?

$$\text{लागतो समय} = \frac{3}{4} \times 60 = 45 \text{ मिनिट}$$

10. धारो के B ननथी टांकीने भराता लागतो समय =  $4x$  मिनिट

$\therefore A$  ननथी टांकीने भराता लागतो समय =  $x$  मिनिट

$$\text{बत्रे ननथी } 1 \text{ मिनिटमां भराती टांकी} = \frac{1}{x} + \frac{1}{4x}$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{4x} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{4+1}{4x} = \frac{1}{36}$$

$$5 \times 36 = 4x$$

$$\frac{5 \times 36}{4} = x$$

$$45 = x$$

$\therefore A$  ननथी टांकीने भराता लागतो समय = 45 मिनिट

## ઉંમર સંબંધીત દાખલા

1. 15 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ગણી હતી. હાલ પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા બમણી હોય તો પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમર શોધો.

$$\text{ધારોકે પિતાની હાલની ઉંમર} = x \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore 15 \text{ વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર} = (x - 15) \text{ વર્ષ}$$

$$\text{પુત્રની હાલની ઉંમર} = y \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore 15 \text{ વર્ષ પહેલા પુત્રની ઉંમર} = (y - 15) \text{ વર્ષ}$$

15 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ગણી હતી.

$$\therefore x - 15 = 3(y - 15)$$

$$x - 15 = 3y - 45$$

$$x - 3y = -45 + 15$$

$$x - 3y = -30 \dots\dots\dots (1)$$

હાલમાં પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા બમણી છે.

$$\therefore x = 2y$$

$$x - 2y = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$x - 3y = -30$$

$$x - 2y = 0$$

$$- + -$$

$$\hline -y &= -30$$

$$y = 30$$

$\therefore y$  ની કિંમત સમી. 2માં મૂકતા

$$x - 2(30) = 0$$

$$\therefore x = 60$$

$\therefore$  પિતાની હાલની ઉંમર = 60 વર્ષ

$\therefore$  પુત્રની હાલની ઉંમર = 30 વર્ષ

### Short cut

જો  $N$  વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ગણી હોય અને હાલ  $a$  ગણી હોય તો

$$\text{પુત્રની ઉંમર} = \frac{N(a-1)}{a-b}$$

$$= \frac{15(3-1)}{3-2}$$

$$= 30 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{પિતાની ઉંમર} = \frac{N(a-1)}{a-b} \times b$$

$$= \frac{15(3-1)}{3-2} \times 2$$

$$= 60 \text{ વર્ષ}$$

2. ગીતાની હાલની ઉંમર સીતા કરતા ચાર ગણી છે. 20 વર્ષ પછી ગીતાની ઉંમર સીતા કરતા બમણી હોય તો બનેની હાલની ઉંમર શોધો.

$$\text{ધારો કે ગીતાની હાલની ઉંમર} = x \text{ વર્ષ}$$

$$\text{સીતાની હાલની ઉંમર} = y \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore x = 4y$$

$$x - 4y = 0 \dots\dots \quad (1)$$

$$20 \text{ વર્ષ પછી ગીતાની ઉંમર} = (x+20) \text{ વર્ષ}$$

$$20 \text{ વર્ષ પછી સીતાની ઉંમર} = (y+20) \text{ વર્ષ}$$

$$x+20 = 2(y+20)$$

$$x+20 = 2y+40$$

$$x - 2y = 20 \dots\dots \quad (2)$$

$$x - 4y = 0$$

$$x - 2y = 20$$

$$\begin{array}{r} - \\ + \\ \hline -2y = -20 \end{array}$$

$$y = 10$$

y ની કિંમત સમીક્ષા માં મૂક્તા

$$x - 4(10) = 0$$

$$x = 40$$

$$\therefore \text{ગીતાની હાલની ઉંમર} = x = 40 \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore \text{સીતાની હાલની ઉંમર} = y = 10 \text{ વર્ષ}$$

**Short cut**

A ની હાલની ઉમર B કરતા a ગણી હોય N વર્ષ પછી A ની ઉમર B કરતા b ગણી થાય તો

$$\text{પિતાની ઉમર} = \left( \frac{b-1}{a-b} \right) Nx a$$

$$= \left( \frac{2-1}{4-2} \right) 20 \times 4 \\ = 40 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{સીતાની ઉમર} = \frac{b-1}{a-b} \times N$$

$$= \frac{2-1}{4-2} \times 20 \\ = 10 \text{ વર્ષ}$$

3. 5 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉમર પુત્રની ઉમર કરતા બમળી હતી. 15 વર્ષ પછી પિતાની ઉમર પુત્રની ઉમર કરતા 1.5 ગણી હોય તો બસેની હાલની ઉમર શોધો.

$$\text{ધારોકે પિતાની હાલની ઉમર} = x \text{ વર્ષ}$$

$$\text{પુત્રની હાલની ઉમર} = y \text{ વર્ષ}$$

$$5 \text{ વર્ષ પહેલા પિતાની ઉમર} = (x-5) \text{ વર્ષ}$$

$$5 \text{ વર્ષ પહેલા પુત્રની ઉમર} = (y-5) \text{ વર્ષ}$$

$$x-5 = 2(y-5)$$

$$x-5 = 2y-10$$

$$x-2y = -5..... \quad (1)$$

$$15 \text{ વર્ષ પછી પિતાની ઉમર} = (x+15) \text{ વર્ષ}$$

$$15 \text{ વર્ષ પછી પુત્રની ઉમર} = (y+15) \text{ વર્ષ}$$

15 વર્ષ પછી પિતાની ઉમર પુત્રની ઉમર કરતા 1.5 ગણી છે.

$$x+15 = \frac{3}{2} (y+15)$$

$$2(x+15) = 3(y+15)$$

$$2x+30 = 3y+45$$

$$2x-3y = 15..... \quad (2)$$

$$2x - 4y = -10 \quad (\text{सभी } 1 \text{ ने } 2 \text{ को गुणाता})$$

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 15 \\ - \qquad + \qquad - \\ \hline -y = -25 \end{array}$$

$$y = 25$$

y नी अंमत सभी. 1 मां भूक्ता

$$x - 2(25) = -5$$

$$x - 50 = -5$$

$$x = 45$$

$$\therefore \text{पिता नी उमर} = x = 45 \text{ वर्ष}$$

$$\therefore \text{पुत्र नी उमर} = y = 25 \text{ वर्ष}$$

### Short cut

$N_1$  वर्ष पहला पिता नी उमर पुत्र नी उमर करता a गली होय अने  $N_2$  वर्ष पछी पिता नी उमर पुत्र नी उमर करता b गली होय तो

$$\begin{aligned} \text{पुत्र नी छालनी उमर} &= \frac{N_2(b-1) + N_1(a-1)}{a-b} \\ &= \frac{15(1.5-1) + 5(2-1)}{2-1.5} \\ &= \frac{15(0.5) + 5}{0.5} \\ &= \frac{7.5 + 5}{0.5} \\ &= \frac{12.5}{0.5} \\ &= 25 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पिता नी छालनी उमर} &= \frac{a(N_1 + N_2)(b-1)}{a-b} + N_1 \\ &= \frac{2(5+15)(1.5-1)}{2-1.5} + 5 \\ &= \frac{2(20)(0.5)}{0.5} + 5 \\ &= 40 + 5 = 45 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

4. A અને B ની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 6 : 7 છે. જો તેમનો સરવાળો 52 વર્ષ હોય તો A અને B ની હાલની ઉંમર શોધો.

$$\text{ધારો કે A ની હાલની ઉંમર} = 6x \text{ વર્ષ}$$

$$B \text{ ની હાલની ઉંમર} = 7x \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore 6x + 7x = 52$$

$$13x = 52$$

$$x = 4$$

$$\therefore A \text{ ની હાલની ઉંમર} = 6x = 6 \times 4 = 24 \text{ વર્ષ}$$

$$B \text{ ની હાલની ઉંમર} = 7x = 7 \times 4 = 28 \text{ વર્ષ}$$

**Short cut** A અને B ની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર p : q અને સરવાળો a વર્ષ હોય તો

$$\begin{aligned} A \text{ ની હાલની ઉંમર} &= \frac{pxa}{p+q} \\ &= \frac{6 \times 52}{6+7} \\ &= \frac{6 \times 52}{13} \\ &= 24 \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \text{ ની હાલની ઉંમર} &= \frac{qxa}{p+q} \\ &= \frac{7 \times 52}{6+7} \\ &= \frac{7 \times 52}{13} \\ &= 28 \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

5. A અને B ની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 38 વર્ષ છે. 6 વર્ષ પહેલા તેની ઉંમરનો ગુણોત્તર 6 : 7 હોય તો B ની હાલની ઉંમર શોધો.

$$\text{ધારો કે A ની હાલની ઉંમર} = x \text{ વર્ષ}$$

$$B \text{ ની હાલની ઉંમર} = y \text{ વર્ષ}$$

$$x + y = 38 \dots \dots \dots (1)$$

$$6 \text{ વર્ષ પહેલા A ની ઉંમર} = (x - 6) \text{ વર્ષ}$$

$$6 \text{ વર્ષ પહેલા B ની ઉંમર} = (y - 6) \text{ વર્ષ}$$

$$\frac{x-6}{y-6} = \frac{6}{7}$$

$$7x - 42 = 6y - 36$$

$$7x - 6y = -36 + 42$$

$$7x - 6y = 6 \dots\dots \quad (2)$$

સમીકરણ 1 ને 7 વડે ગુણતા

$$7x + 7y = 266$$

$$7x - 6y = 6$$

$$\begin{array}{r} - + - \\ \hline 13y = 260 \end{array}$$

$$y = 20$$

$\therefore$  Bની આલની ઉંમર 20 વર્ષ હશે.

### Short cut

A અને Bની આલની ઉંમરનો સરવાળો a હોય અને N વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર p:q હોય તો

$$\begin{aligned} \text{Bની આલની ઉંમર} &= \frac{(p-q)N + qa}{p+q} \\ &= \frac{(6-7)6 + 7(38)}{6+7} \\ &= 20 \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

6. A, B અને Cની આલની ઉંમરનો સરવાળો 90 વર્ષ છે. 10 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3:4:5 હોય તો  
Bની આલની ઉંમર શોધો.

$$\text{ધારો કે } 10 \text{ વર્ષ પહેલાની Aની ઉંમર} = 3x \text{ વર્ષ}$$

$$10 \text{ વર્ષ પહેલાની Bની ઉંમર} = 4x \text{ વર્ષ}$$

$$10 \text{ વર્ષ પહેલાની Cની ઉંમર} = 5x \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore Aની આલની ઉંમર = 3x + 10, Bની આલની ઉંમર = 4x + 10, Cની આલની ઉંમર = 5x + 10$$

$$\therefore 3x + 10 + 4x + 10 + 5x + 10 = 90$$

$$12x + 30 = 90$$

$$12x = 60$$

$$x = 5$$

$$10 \text{ વર્ષ પહેલાની Bની ઉંમર} = 4x = 4 \times 5 = 20 \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore Bની આલની ઉંમર = 20 + 10 = 30 \text{ વર્ષ}$$

### Short cut

A, B અને Cની હાલની ઉંમરનો સરવાળો વહોય અને N વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર p : q : r હોય તો

$$\begin{aligned} \text{Bની હાલની ઉંમર} &= \frac{q \times (a - 3 \times N)}{p + q + r} + N \\ &= \frac{4 \times (90 - 3 \times 10)}{3 + 4 + 5} + 10 \\ &= 30 \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

7. A અને Bની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 40 વર્ષ છે. 4 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 7 : 5 હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.

$$\begin{aligned} \text{ધારોકે A ની હાલની ઉંમર} &= x \text{ વર્ષ} \\ \text{Bની હાલની ઉંમર} &= y \text{ વર્ષ} \\ x + y &= 40 \dots \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \text{ વર્ષ પછી Aની ઉંમર} &= (x + 4) \text{ વર્ષ} \\ 4 \text{ વર્ષ પછી Bની ઉંમર} &= (y + 4) \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

$$\frac{x+4}{y+4} = \frac{7}{5}$$

$$5x + 20 = 7y + 28$$

$$5x - 7y = 8 \dots \dots \dots \quad (2)$$

સમી 1 ને 5 વડે ગુણાત્તા

$$5x + 5y = 200$$

$$5x - 7y = 8$$

$$\begin{array}{r} - + \\ \hline 12y = 192 \end{array}$$

$$y = 16$$

$\therefore$  B ની હાલની ઉંમર 16 વર્ષ હશે.

### Short cut

A અને Bની હાલની ઉંમરનો સરવાળો વહોય અને N વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર p : q હોય તો

$$\begin{aligned} \text{Bની હાલની ઉંમર} &= \frac{qa - (p - q)N}{p + q} \\ &= \frac{5 \times 40 - (7 - 5) \times 4}{7 + 5} \\ &= 16 \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

8. પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 54 વર્ષ છે. ત્રણ વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી હોય તો પુત્રની હાલની ઉંમર શોધો.

$$\text{ધારોકે પુત્રની ઉંમર} = x \text{ વર્ષ}$$

$$\text{પિતાની ઉંમર} = (54 - x) \text{ વર્ષ}$$

ત્રણ વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી થાયે

$$3(x+3) = 54 - x + 3$$

$$3x + 9 = 54 - x + 3$$

$$4x = 48$$

$$x = 12$$

$$\text{પુત્રની ઉંમર} = 12 \text{ વર્ષ}$$

### Short cut

પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમરનો સરવાળો  $a$  વર્ષ હોય  $N$  વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા  $b$  ગણી હોય તો

$$\begin{aligned}\text{પુત્રની ઉંમર} &= \frac{a - N(b-1)}{b+1} \\ &= \frac{54 - 3(3-1)}{3+1} \\ &= \frac{54 - 6}{4} \\ &= 12 \text{ વર્ષ}\end{aligned}$$

9. A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3 : 5 છે. 5 વર્ષ પછી તેમનો ગુણોત્તર 2 : 3 હોય તો 3 વર્ષ પછી Bની ઉંમર શોધો.

$$\text{ધારોકે Aની હાલની ઉંમર} = 3x \text{ વર્ષ} \quad \therefore 5 \text{ વર્ષ પછી A ની ઉંમર} = (3x+5) \text{ વર્ષ}$$

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = 5x \text{ વર્ષ} \quad \therefore 5 \text{ વર્ષ પછી B ની ઉંમર} = (5x+5) \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore \frac{3x+5}{5x+5} = \frac{2}{3}$$

$$9x + 15 = 10x + 10$$

$$x = 5$$

$$\therefore B \text{ ની હાલની ઉંમર} = 5x = 5 \times 5 = 25 \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore 3 \text{ વર્ષ પછી B ની ઉંમર} = 25 + 3 = 28 \text{ વર્ષ}$$

### Short cut

A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $x:y$  હોય N વર્ષ પછી તેમનો ગુણોત્તર p:q હોય તો

$$\begin{aligned} \text{Bની હાલની ઉંમર} &= \frac{y(p-q)N}{xq-yp} \\ &= \frac{5(2-3) \times 5}{(3)(3)-(5)(2)} \\ &= \frac{-25}{-1} \\ &= 25 \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

$$\therefore 3 \text{ વર્ષ પછી } B \text{ ની ઉંમર} = 25 + 3 = 28 \text{ વર્ષ}$$

10. A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3:5 છે. 5 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 1:2 હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો

$$\text{ધારોકે } A \text{ની હાલની ઉંમર} = 3x \text{ વર્ષ} \quad \therefore 5 \text{ વર્ષ પહેલા } A \text{ની ઉંમર} = (3x-5) \text{ વર્ષ}$$

$$B \text{ની હાલની ઉંમર} = 5x \text{ વર્ષ} \quad \therefore 5 \text{ વર્ષ પહેલા } B \text{ ની ઉંમર} = (5x-5) \text{ વર્ષ}$$

$$\frac{3x-5}{5x-5} = \frac{1}{2}$$

$$6x - 10 = 5x - 5$$

$$x = 5$$

$$\therefore B \text{ની હાલની ઉંમર} = 5x = 5 \times 5 = 25 \text{ વર્ષ}$$

### Short cut

A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $x:y$  હોય N વર્ષ પહેલા તેમનો ગુણોત્તર p:q હોય તો

$$\begin{aligned} \text{Bની હાલની ઉંમર} &= \frac{y(p-q)(-N)}{xq-yp} \\ &= \frac{5(1-2)(-5)}{(3)(2)-(5)(1)} \\ &= \frac{25}{1} \\ &= 25 \text{ વર્ષ} \end{aligned}$$

## प्रैक्टिस

1. 5 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ચાર ગણી હતી. હાલ પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી હોય તો પિતા અને પુત્રની ઉંમર શોધો.
  2. પિતાની હાલની ઉંમર પુત્રની હાલની ઉંમર કરતા પાંચ ગણી છે. ત્રણ વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ચાર ગણી હોય તો પિતા-પુત્રની હાલની ઉંમર શોધો.
  3. ત્રણ વર્ષ પહેલા A ની ઉંમર Bની ઉંમર કરતા સાત ગણી હતી. ત્રણ વર્ષ પછી A ની ઉંમર Bની ઉંમર કરતા ચાર ગણી થાય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.
  4. A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $5 : 11$  છે. જો તેમનો સરવાળો 80 વર્ષ હોય તો A અને Bની હાલની ઉંમર શોધો.
  5. A અને Bની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 110 વર્ષ છે. 5 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $13 : 7$  હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.
  6. A, B અને Cની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 142 વર્ષ છે. 10 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $2 : 5 : 7$  હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.
  7. A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $3 : 5$  છે. જો તેનો સરવાળો 80 હોય તો 10 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર શોધો.
  8. રમેશ અને મહેશની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $4 : 5$  છે. જો મહેશ, રમેશ કરતાં 5 વર્ષ મોટો હોય તો 10 વર્ષ પહેલાનો તેમનો ગુણોત્તર શોધો.
  9. એક વ્યક્તિની 15 વર્ષ પછીની ઉંમર તેની 15 વર્ષ પહેલાની ઉંમર કરતા ચારગણી હોય તો તેની હાલની ઉંમર શોધો.
  10. પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર  $4 : 1$  છે. જો તેમનો ગુણાકાર 196 હોય તો 5 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર શોધો.

ੴ ਪਾਲ

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \text{ਪੁਤ੍ਰਨੀ (ਤੁਮਰ)} = \frac{N(a-1)}{a-b} \\
 & = \frac{5(4-1)}{4-3} \\
 & = 5(3)
 \end{aligned}$$

$$\text{ਪਿਤਾਨੀ ਉਮਰ} = \frac{N(a-1)}{a-b} \times b$$

$$28 + \cancel{5x+7x} - 30 = 14^2$$

~~10x~~      172      14      ~~172~~

14  
32  
28  
4.

$$= \frac{5(4-1)}{4-3} \times 3$$

$$= 45 \text{ વર્ષ}$$

2.

$$\text{પુત્રની ઉંમર} = \left( \frac{b-1}{a-b} \right) \times N$$

$$= \left( \frac{4-1}{5-4} \right) \times 3$$

$$= 9 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{પિતાની ઉંમર} = 5x = 5 \times 9 = 45 \text{ વર્ષ}$$

3.

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = \frac{N_2(b-1) + N_1(a-1)}{a-b}$$

$$= \frac{3(4-1) + 3(7-1)}{7-4}$$

$$= \frac{9+18}{3}$$

$$= 9$$

4.

$$\text{Aની હાલની ઉંમર} = \frac{pxa}{pxq}$$

$$= \frac{5 \times 80}{5+11}$$

$$= \frac{400}{16}$$

$$= 25 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = \frac{qxa}{p+q}$$

$$= \frac{11 \times 80}{5+11}$$

$$= \frac{880}{16}$$

$$= 55 \text{ વર્ષ}$$

5.

$$\text{Bની ઉંમર} = \frac{(m-n)N + na}{m+n}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(13-7)5 + (7)(110)}{13+7} \\
 &= \frac{30+770}{20} \\
 &= \frac{800}{20} \\
 &= 40 \text{ વર્ષ}
 \end{aligned}$$

6. Bની હાલની ઉમર =  $\frac{q \times (a - 3 \times N)}{p + q + r} + N$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5 \times (142 - 3 \times 10)}{2 + 5 + 7} + 10 \\
 &= \frac{5 \times 112}{14} + 10 \\
 &= 40 + 10 \\
 &= 50 \text{ વર્ષ}
 \end{aligned}$$

7. ધારોકે Aની હાલની ઉમર =  $3x$  વર્ષ

$$\begin{aligned}
 B \text{ની હાલની ઉમર} &= 5x \text{ વર્ષ} \\
 3x + 5x &= 80 \\
 8x &= 80 \\
 x &= 10
 \end{aligned}$$

$$\therefore A \text{ ની હાલની ઉમર} = 3x = 3(10) = 30 \text{ વર્ષ}$$

$$B \text{ની હાલની ઉમર} = 5x = 5(10) = 50 \text{ વર્ષ}$$

$$10 \text{ વર્ષ પછી } A \text{ ની ઉમર} = 30 + 10 = 40 \text{ વર્ષ}$$

$$10 \text{ વર્ષ પછી } B \text{ ની ઉમર} = 50 + 10 = 60 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{ગુણોત્તર} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

8. ધારોકે રમેશની ઉમર =  $4x$  વર્ષ

$$મહેશની ઉમર = 5x \text{ વર્ષ}$$

$$5x - 4x = 5$$

$$x = 5$$

$$રમેશની ઉમર = 4x = 4(5) = 20 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{મહેશની ઉંમર} = 5x = 5(5) = 25 \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore 10 \text{ વર્ષ પહેલા રમેશની ઉંમર} = 20 - 10 = 10 \text{ વર્ષ}$$

$$10 \text{ વર્ષ પહેલા મહેશની ઉંમર} = 25 - 10 = 15 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{ગુણોત્તર} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

9. ધારોકે વ્યક્તિની હાલની ઉંમર =  $x$  વર્ષ

$$15 \text{ વર્ષ પછીની ઉંમર} = (x + 15) \text{ વર્ષ}$$

$$15 \text{ વર્ષ પહેલાની ઉંમર} = (x - 15) \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore 4(x - 15) = x + 15$$

$$4x - 60 = x + 15$$

$$3x = 75$$

$$x = 25$$

$$\text{વ્યક્તિની હાલની ઉંમર} = 25 \text{ વર્ષ}$$

10. ધારોકે પુત્રની ઉંમર =  $x$  વર્ષ

$$\text{પિતાની ઉંમર} = 4x \text{ વર્ષ}$$

$$4xx = 196$$

$$4x^2 = 196$$

$$x^2 = 49$$

$$x = 7$$

$$\therefore \text{પુત્રની ઉંમર} = x = 7 \text{ વર્ષ}$$

$$\therefore \text{પિતાની ઉંમર} = 4x = 4 \times 7 = 28 \text{ વર્ષ}$$

$$5 \text{ વર્ષ પછી પુત્રની ઉંમર} = 7 + 5 = 12 \text{ વર્ષ}$$

$$5 \text{ વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર} = 28 + 5 = 33 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{પિતા-પુત્રની ઉંમરનો ગુણોત્તર} = 33 : 12$$

$$= 11 : 4$$

## હોડી અને પ્રવાહ

- હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ. x કિમી/કલાક અને નદીના પ્રવાહનો વેગ y કિમી/કલાક હોય તો હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં જડપ  $(x + y)$  કિમી/કલાક અને હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ  $(x - y)$  કિમી/કલાક થાય.
- હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ =  $\frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં જડપ} + \text{હોડીની પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ}{2}$
- પ્રવાહની જડપ =  $\frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં જડપ} - \text{હોડીની પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ}{2}$

1. એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ 20 કિમી/કલાક છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 5 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની પ્રવાહની દિશામાં અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ શોધો.

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ} = 20 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{નદીના પ્રવાહનો વેગ} = 5 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\begin{aligned}\text{હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં જડપ} &= (20 + 5) \text{ કિમી/કલાક} \\ &= 25 \text{ કિમી/કલાક}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ} &= (20 - 5) \text{ કિમી/કલાક} \\ &= 15 \text{ કિમી/કલાક}\end{aligned}$$

2. એક હોડીની પ્રવાહની દિશામાં જડપ 18 કિમી/કલાક અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ 10 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ} = \frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં જડપ} + \text{હોડીની પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ}}{2}$$

$$= \frac{18 + 10}{2}$$

$$= 14 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં જડપ} - \text{હોડીની પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં જડપ}}{2}$$

$$= \frac{18 - 10}{2}$$

$$= 4 \text{ કિમી/કલાક}$$

3. એક વ્યક્તિ પ્રવાહની દિશામાં 30 કિલોમીટરનું અંતર 3 કલાકમાં અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં 32 કિલોમીટરનું અંતર 4 કલાકમાં કાપે તો વ્યક્તિની સ્થિર પાણીમાં જડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.

$$\text{વક्तिनી પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = \frac{30}{3} = 10 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{વક्तिनી પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં ઝડપ} = \frac{32}{4} = 8 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{વક्तिनી સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{10+8}{2} = 9 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{10-8}{2} = 1 \text{ કિમી/કલાક}$$

4. એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 6 કિમી/કલાક છે જો તેની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ, તેની પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં ઝડપ કરતા બમણી હોય તો પ્રવાહનો વેગ શોધો.

$$\text{ધારોકે હોડીની પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં ઝડપ} = x \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = 2x \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{x+2x}{2}$$

$$6 = \frac{3x}{2}$$

$$x = 4 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\therefore \text{હોડીની પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં ઝડપ} = x = 4 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = 2x = 2 \times 4 = 8 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{8-4}{2} = 2 \text{ કિમી/કલાક}$$

**Short cut**

$$\text{ધારોકે પ્રવાહનો વેગ} = x \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = (6+x) \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં ઝડપ} = (6-x) \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\therefore 6+x = 2(6-x)$$

$$6+x = 12 - 2x$$

$$x = 2$$

5. એક હોડીને પ્રવાહની દિશામાં A થી B સુધીનું અંતર કાપતા 8 કલાક અને ફરી પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 10 કલાક લાગે છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 4 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ શોધો.

$$\text{ધારોકે A થી B સુધીનું અંતર} = x \text{ કિમી}$$

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = y \text{ કિમી/કલાક}$$

∴ હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ =  $(y+4)$  કિમી/કલાક  
 હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં ઝડપ =  $(y-4)$  કિમી/કલાક

$$\therefore \frac{x}{y+4} = 8 \text{ અને } \frac{x}{y-4} = 10$$

$$\therefore x = 8(y+4) \text{ અને } x = 10(y-4)$$

$$\therefore 8(y+4) = 10(y-4)$$

$$8y + 32 = 10y - 40$$

$$8y - 10y = -40 - 32$$

$$-2y = -72$$

$$y = 36$$

$$\therefore \text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = 36 \text{ કિમી/કલાક}$$

### Short cut

$$\begin{aligned}\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} &= v \left( \frac{t_2 + t_1}{t_2 - t_1} \right) \text{ કિમી/કલાક} \\ &= 4 \left( \frac{10+8}{10-8} \right) \\ &= \frac{4(18)}{2} \\ &= 36 \text{ કિમી/કલાક}\end{aligned}$$

6. એક હોડીને A થી B સુધીનું અંતર અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 7 કલાક લાગે છે. જો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 7 કિમી/કલાક અને પ્રવાહનો વેગ 3 કિમી/કલાક હોય તો A થી B સુધીનું અંતર શોધો.

$$\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = (7+3) \text{ કિમી/કલાક} = 10 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં ઝડપ} = (7-3) \text{ કિમી/કલાક} = 4 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{ધારો કે A થી B સુધીનું અંતર} = x \text{ કિમી}$$

$$\therefore \frac{x}{10} + \frac{x}{4} = 7$$

$$\therefore \frac{2x+5x}{20} = 7$$

$$\frac{7x}{20} = 7$$

$$\therefore x = 20$$

$\therefore A \text{ થી } B \text{ સુધીનું અંતર } 20 \text{ કિમી હશે.}$

### Short cut

જો હોડીને  $A \text{ થી } B$  અને ફરી  $B \text{ થી } A$  સુધીનું અંતર કાપતા  $Z$  કલાક અને હોડીની સ્થિરપાણીમાં જડપ  $x$  કિમી/કલાક અને પ્રવાહની જડપ  $y$  કિમી/કલાક હોય તો  $A \text{ થી } B$  સુધીનું અંતર .....

$$\begin{aligned}
 &= \frac{Z(x^2 - y^2)}{2x} && x = હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ \\
 &= \frac{7[(7)^2 - (3)^2]}{2 \times 7} && y = પ્રવાહનો વેગ \\
 &= \frac{7[49 - 9]}{2 \times 7} && Z = કુલ લાગતો સમય \\
 &= \frac{7 \times 40}{14} \\
 &= 20 \text{ કિમી}
 \end{aligned}$$

7. એક હોડી નદીના પ્રવાહની દિશામાં  $A \text{ થી } B$  સુધીનું અંતર 4 કલાકમાં અને પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં  $B \text{ થી } A$  સુધીનું અંતર 5 કલાકમાં કાપે છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 2 કિમી/કલાક હોય તો  $A \text{ થી } B$  વચ્ચેનું અંતર શોધો.

$$\text{ધારો કે } A \text{ થી } B \text{ સુધીનું અંતર} = x \text{ કિમી}$$

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં જડપ} = y \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં જડપ} = (y+2) \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુધ દિશામાં જડપ} = (y-2) \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\therefore \frac{x}{y+2} = 4 \dots\dots(1) \text{ અને } \frac{x}{y-2} = 5 \dots\dots(2)$$

$$\therefore x = 4(y+2) \text{ અને } x = 5(y-2)$$

$$\therefore 4y + 8 = 5y - 10$$

$$4y - 5y = -10 - 8$$

$$-y = -18$$

$$y = 18$$

$y$  ની કિંમત સમી 1 માં મૂકતા

$$\frac{x}{18+2} = 4$$

$$x = 80$$

A થી B સુધીનું અંતર 80 કિમી હશે.

8. એક હોડીને પ્રવાહની દિશામાં 44 કિમી અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં 30 કિમીનું અંતર કાપતા 10 કલાક લાગે છે. તેને પ્રવાહની દિશામાં 55 કિમી અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં 40 કિમી નું અંતર કાપતા 13 કલાક લાગે તો પ્રવાહનો વેગ અને હોડીની ઝડપ શોધો.

ધારો કે હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ =  $x$  કિમી/કલાક

પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં ઝડપ =  $y$  કિમી/કલાક

$$\therefore \frac{44}{x} + \frac{30}{y} = 10 \text{ અને } \frac{55}{x} + \frac{40}{y} = 13$$

$$\therefore 44a + 30b = 10 \quad \left( \frac{1}{x} = a \text{ અને } \frac{1}{y} = b \text{ ધારતા } \right)$$

$$55a + 40b = 13$$

$$\therefore a = \frac{1}{11} \text{ અને } b = \frac{1}{5} \text{ થાય}$$

$$\therefore x = 11 \text{ અને } y = 5$$

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ = 11 કિમી/કલાક

હોડીની પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં ઝડપ = 5 કિમી/કલાક

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{11-5}{2} = 3 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{11+5}{2} = 8 \text{ કિમી/કલાક}$$

### Short cut

હોડીને પ્રવાહની દિશામાં  $x_1$  કિમી અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં  $y_1$  કિમી અંતર કાપતા  $t_1$  સમય લાગે અને પ્રવાહની દિશામાં  $x_2$  અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં  $y_2$  અંતર કાપતા  $t_2$  સમય લાગે તો

$$\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{t_2 y_1 - t_1 y_2}$$

$$\text{હોડીની પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં ઝડપ} = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{t_1 x_2 - t_2 x_1}$$

$$\begin{aligned} \text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} &= \frac{(55)(30) - (44)(40)}{(13)(30) - (10)(40)} \\ &= \frac{1650 - 1760}{390 - 400} \end{aligned}$$

$$= \frac{-110}{-10}$$

$$= 11$$

$$\begin{aligned} \text{હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ય દિશામાં ઝડપ} &= \frac{(55)(30) - (44)(40)}{(10)(55) - (13)(44)} \\ &= \frac{1650 - 1760}{550 - 572} \\ &= \frac{-110}{-22} \\ &= 5 \text{ કિમી/કલાક} \end{aligned}$$

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{11+5}{2} = 8 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{11-5}{2} = 3 \text{ કિમી/કલાક}$$

## પ્રેક્ટિસ

- એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 10 કિમી/કલાક છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 6 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની પ્રવાહની દિશામાં અને પ્રવાહની વિરુધ્ય દિશામાં ઝડપ 6 કિમી/કલાક હોય.
- એક હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ 36 કિમી/કલાક અને પ્રવાહની વિરુધ્ય દિશામાં ઝડપ 6 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.
- એક વ્યક્તિ પ્રવાહની દિશામાં 36 કિલોમીટરનું અંતર 4 કલાકમાં અને પ્રવાહની વિરુધ્ય દિશામાં 30 કિલોમીટરનું અંતર 6 કલાકમાં કાપે તો વ્યક્તિની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.
- એક હોડીને પ્રવાહની દિશામાં A થી B સુધીનું અંતર કાપતા 4 કલાક અને ફરી પ્રવાહની વિરુધ્ય દિશામાં B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 5 કલાક લાગે છે. જો પ્રવાહનો વેગ 3 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 6 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ શોધો.
- એક હોડી A થી B સુધીનું અંતર અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 14 કલાક લાગે છે. જો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 14 કિમી/કલાક અને પ્રવાહનો વેગ 6 કિમી/કલાક હોય તો A થી B સુધીનું અંતર શોધો.

### જવાબો

- $\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = 10 \text{ કિમી/કલાક}$   
 $\text{નદીના પ્રવાહનો વેગ} = 6 \text{ કિમી/કલાક}$   
 $\text{હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = (10+6) \text{ કિમી/કલાક}$   
 $= 16 \text{ કિમી/કલાક}$

$$\text{છોડની નદીના પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં ઝડપ} = (10 - 6) \text{ કિમી/કલાક} \\ = 4 \text{ કિમી/કલાક}$$

2.

$$\text{છોડની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{36 + 6}{2} = 21 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{36 - 6}{2} = 15 \text{ કિમી/કલાક}$$

3.

$$\text{વ્યક્તિની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = \frac{36}{4} = 9 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{વ્યક્તિની પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં ઝડપ} = \frac{30}{6} = 5 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{વ્યક્તિની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{9 + 5}{2} = 7 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{9 - 5}{2} = 2 \text{ કિમી/કલાક}$$

4.

$$\text{છોડની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = v \left( \frac{t_2 + t_1}{t_2 - t_1} \right) \text{ કિમી/કલાક}$$

$$= 3 \left( \frac{5+4}{5-4} \right)$$

$$= 27 \text{ કિમી/કલાક}$$

5.

$$\text{અંતર} = \frac{z(x^2 - y^2)}{2x}$$

$$= \frac{14[(14)^2 - (6)^2]}{2 \times 14}$$

$$= \frac{14 \times 160}{2 \times 14}$$

$$= 80 \text{ કિમી/કલાક}$$

# Train

## ચાદ રાખવા જેવા મુદ્દા

$$જડપ = \frac{\text{અંતર}}{\text{સમય}} \quad \text{એટલેકે} \quad v = \frac{s}{t}$$

$$\text{સમય} = \frac{\text{અંતર}}{\text{જડપ}} \quad \text{એટલેકે} \quad t = \frac{s}{v}$$

$$\text{અંતર} = જડપ \times \text{સમય} \quad \text{એટલેકે} \quad s = vt$$

- જો જડપ કિમી/કલાકમાં હોય તો તેને મીટર/સેકન્ડમાં ફેરવવા માટે 1000 વડે ગુણવાના અને 3600 વડે બાંગવા જોઈએ.

$$\therefore x \text{ કિમી/કલાક} = \frac{x \times 1000}{3600} = \frac{x \times 5}{18} \text{ મીટર/સેકન્ડ}$$

- તે જ રીતે જડપ મીટર/સેકન્ડમાં હોય અને તેને કિમી/કલાકમાં ફેરવવા માટે 3600 વડે ગુણવાના અને 1000 વડે બાંગવા જોઈએ.

$$\therefore x \text{ મીટર/સેકન્ડ} = \frac{x \times 3600}{1000} = \frac{x \times 18}{5} \text{ કિમી/કલાક}$$

- 1 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને એક થાંભલો કે ઉભેલો માણસ કે વૃક્ષને અથવા સિંનલને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય તેણે 1 મીટર અંતર કાપવા માટે લીધેલા સમય બરાબર થાય છે.
- 1 મીટર લંબાઈની ટ્રેન ને b મીટર લંબા પુલ કે ખેટર્ફોર્મ પસાર કરવા માટે લાગતો સમય ટ્રેન (1+b) મીટરનું અંતર કાપવા માટે લીધેલા સમય બરાબર હોય છે.
- u મી/સે. અને v મી/સે. ની જડપે એક દિશામાં ગતિ કરતી બે ટ્રેનની સાપેક્ષ જડપ (u-v) મી/સે થાય છે. (જ્યા પ > v)
- u મી/સે. અને v મી/સે. ની જડપે વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી બે ટ્રેનની સાપેક્ષ જડપ (u+v) મી/સે થાય છે.
- a મીટર લંબાઈની u મી/સે. ની જડપે ગતિકરતી ટ્રેનને તેની વિરુદ્ધ દિશામાં b મીટર લંબાઈની v મી/સે. ની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા લાગતો સમય  $\frac{a+b}{u+v}$  સેકન્ડ
- a મીટર લંબાઈની u મી/સે. ની જડપે ગતિકરતી ટ્રેનને તે જ દિશામાં b મીટર લંબાઈની v મી/સે. ની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા લાગતો સમય  $\frac{a+b}{u-v}$  સેકન્ડ (જ્યા પ > v)

### ઉદાહરણ

1. 108 કિમી/કલાક ને મીટર/સેકન્ડમાં ફેરવો.

$$\frac{108 \times 1000}{3600} = 30 \text{ મી/સે}$$

2. 25 મી/સે ને કિમી/કલાક માં ફેરવો

$$\frac{25 \times 3600}{1000} = 90 \text{ કિમી/કલાક}$$

3. 100 મીટર લંબાઈની 36 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક થાંભલાને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{36 \times 1000}{3600} = 10 \text{ મી/સે}$$

$$\begin{aligned}\text{થાંભલાને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય} &= \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{ટ્રેનની ઝડપ}} \\ &= \frac{100}{10} \\ &= 10 \text{ સેકન્ડ}\end{aligned}$$

4. 72 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક સિંગલ પસાર કરતા 10 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ કેટલા મીટર હશે?

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{72 \times 1000}{3600} = 20 \text{ મી/સે.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ટ્રેનની લંબાઈ} &= \text{ટ્રેનની ઝડપ} \times \text{સિંગલ પસાર કરવા લાગતો સમય} \\ &= 20 \times 10 \\ &= 200 \text{ મીટર}\end{aligned}$$

5. 200 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને એક સિંગલ પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની ઝડપ કેટલા કિલોમીટર/કલાક હશે?

$$\begin{aligned}\text{ટ્રેનની ઝડપ} &= \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{સિંગલ પસાર કરવા લાગતો સમય}} \\ &= \frac{200}{12} \\ &= \frac{50}{3} \text{ મી/સે}\end{aligned}$$

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{50}{3} \times \frac{3600}{1000}$$

$$= 60 \text{ કિમી/કલાક}$$

$\therefore$  ટ્રેનની ઝડપ 60 કિમી/કલાક હશે.

6. 54 કિમી/કલાકની ઝડપે 100 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને 50 મીટર લંબાઈનું પ્લેટફોર્મ પસાર કરતા કેટલો સમય લાગે?

ટ્રેને પ્લેટફોર્મ પસાર કરવા માટે કાપવું પડતું કુલ અંતર = ટ્રેનની લંબાઈ + પ્લેટફોર્મની લંબાઈ

$$= 100 + 50$$

$$= 150 \text{ મીટર}$$

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{54 \times 1000}{3600} = 15 \text{ મી/સે.}$$

$$\text{પ્લેટફોર્મ પસાર કરવા માટે લાગતો સમય} = \frac{150}{15} = 10 \text{ સેકન્ડ}$$

7. 60 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને 120 મીટર લંબા પ્લેટફોર્મને પસાર કરતા 15 સે. લાગતો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

$$\text{ધારો કે ટ્રેનની લંબાઈ} = x \text{ મીટર}$$

ટ્રેન દ્વારા કાપવામાં આવેલું કુલ અંતર = ટ્રેનની લંબાઈ + પ્લેટફોર્મની લંબાઈ

$$= (x + 120) \text{ મીટર}$$

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{60 \times 1000}{3600} = \frac{50}{3} \text{ મી/સે}$$

$$\therefore \text{અંતર} = ઝડપ \times સમય$$

$$\therefore x + 120 = \frac{50}{3} \times 15$$

$$\therefore x + 120 = 250$$

$$\therefore x = 130$$

$$\therefore \text{ટ્રેનની લંબાઈ} = 130 \text{ મીટર}$$

8. 70 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી 130 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને તેજ દિશામાં 52 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી 120 મીટર લંબી ટ્રેનને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

$$\text{કુલ કાપવામાં આવતું અંતર} = બને ટ્રેનોની લંબાઈનો સરવાળો$$

$$= 130 + 120 = 250 \text{ મીટર}$$

$$\text{બનેની સાપેક્ષ ઝડપ (એક જ દિશામાં)} = 70 - 52$$

$$= 18 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$18 \text{ કિમી/કલાક} = \frac{18 \times 1000}{3600} = 5 \text{ મી/સે.}$$

$$\therefore \text{લાગતો સમય} = \frac{\text{અંતર}}{\text{ઝડપ}} = \frac{250}{5} = 50$$

$\therefore$  એક જ દિશામાં ગતિ કરતી એક ટ્રેનને બીજી ટ્રેન પાસેથી પસાર થતા 50 સેકન્ડ લાગશે.

9. 50 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી 110 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને તેની વિરુદ્ધ દિશામાં 40 કિમી/કલાકની જડપે 140 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

કુલ કાપવામાં આવતું અંતર = બનેટ્રેનોની લંબાઈનો સરવાળો

$$= 110 + 140$$

$$= 250 \text{ મીટર}$$

$$\text{બનેની સાપેક્ષ જડપ} = 50 + 40$$

$$= 90 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{જડપ} = \frac{90 \times 1000}{3600} = 25 \text{ મી/સે.}$$

$$\therefore \text{લાગતો સમય} = \frac{250}{25}$$

$$= 10 \text{ સેકન્ડ}$$

### Short cut

$$t = \frac{a+b}{u+v}$$

$$= \frac{110+140}{25}$$

$$= \frac{250}{25}$$

$$= 10 \text{ સેકન્ડ}$$

∴ વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી ટ્રેનોને એકબીજા પાસેથી પસાર થતા 10 સેકન્ડ લાગશે.

10. 120 મીટર લંબાઈની 90 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેનને તે જ દિશામાં 54 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી બીજી ટ્રેનમાં બેઠેલા વ્યક્તિને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

$$\text{ટ્રેનની સાપેક્ષ જડપ} = 90 - 54 = 36 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{ટ્રેનની સાપેક્ષ જડપ} = \frac{36 \times 1000}{3600} = 10 \text{ મી/સે.}$$

$$\text{વ્યક્તિને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય} = \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{જડપ}}$$

$$= \frac{120}{10}$$

$$= 12 \text{ સેકન્ડ}$$

∴ 90 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને તે જ દિશામાં 54 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી બીજી ટ્રેનમાં બેઠેલા વ્યક્તિને પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગશે.

11. 120 મીટર લંબાઈની 72 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને તેની વિરુદ્ધ દિશામાં 36 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનમાં બેઠેલી વ્યક્તિને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

$$\text{ટ્રેનની સાપેક્ષ જડપ} = 72 + 36 = 108 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{ટ્રેનની સાપેક્ષ જડપ} = \frac{108 \times 1000}{3600} = 30 \text{ મી/સે.}$$

$$\text{વ્યક્તિને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય} = \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{354}$$

$$= \frac{120}{30} = 4 \text{ સેકન્ડ}$$

$\therefore 120$  મીટર લંબાઈની  $72$  કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને તેની વિકુલ દિશામાં  $36$  કિમી/કલાકની

ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનમાં બેઠેલા વ્યક્તિને પસાર કરતા  $4$  સેકન્ડ લાગશે.

12. એક ટ્રેનને એક સિજનલ પસાર કરતા  $3$  સેકન્ડ અને પ્લેટફોર્મ પસાર કરતા  $8$  સેકન્ડ લાગે છે જો પ્લેટફોર્મની લંબાઈ  $120$  મીટર હોય તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

$$\text{ધારો કે ટ્રેનની લંબાઈ} = x \text{ મીટર}$$

ટ્રેનને સિજનલને પસાર કરવા માટે તેની લંબાઈ  $x$  જેટલું અંતર કાપવું પડશે તે માટે લાગતો સમય =  $3$  સેકન્ડ

$$\therefore \text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{x}{3} \text{ મી/સે} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ટ્રેનને પ્લેટફોર્મ પસાર કરવા માટે તેની લંબાઈ  $x$  અને પ્લેટફોર્મની લંબાઈ  $120$  ઓમ બને અંતરે કાપવું પડશે.

ટ્રેનને  $(x+120)$  મીટર અંતર કાપવા માટે લાગતો સમય =  $8$  સેકન્ડ

$$\therefore \text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{x+120}{8} \text{ મી/સે} \quad \dots \dots \dots (2)$$

સમીકરણ 1 અને 2 પરથી

$$\frac{x}{3} = \frac{x+120}{8}$$

$$8x = 3x + 360$$

$$5x = 360$$

$$x = 72 \text{ મીટર}$$

$$\therefore \text{ટ્રેનની લંબાઈ} = 72 \text{ મીટર હશે.}$$

**Short cut** એક ટ્રેનને એક સિજનલ (અથવા ઉભેલી વ્યક્તિ અથવા થાંભલા) ને પસાર કરતા  $t_1$  સમય અને એંબાઈના પ્લેટફોર્મ (અથવા પુલ) ને પસાર કરતા  $t_2$  સમય લાગે તો

$$\text{ટ્રેનની લંબાઈ} = 1 \left( \frac{t_1}{t_2 - t_1} \right)$$

$$= 120 \left( \frac{3}{8-3} \right)$$

$$= 72 \text{ મીટર}$$

$$\begin{aligned} \text{અને ટ્રેનની ઝડપ &= \frac{1}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{120}{8-5} = \frac{120}{3} = 40 \text{ મી/સેકન્ડ} \end{aligned}$$

13. 7 મીટર/સેકન્ડ અને 5 મીટર/સેકન્ડની ઝડપે ચાલતી બે વ્યક્તિઓને સામેથી આવતી ટ્રેન અનુકૂળે 6 સેકન્ડ અને 5 સેકન્ડમાં પસાર કરે છે તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{ટ્રેનની લંબાઈ &= \frac{\text{બજે વ્યક્તિની ઝડપનો તફાવત} \times \text{બજેને પસાર કરવા માટે લાગતો સમયનો ગુણાકાર}{\text{બજેના સમયનો તફાવત}} \\ &= \frac{(7-5) \times 6 \times 5}{(6-5)} \\ &= \frac{2 \times 6 \times 5}{1} = 60 \text{ મીટર} \end{aligned}$$

14. A ટ્રેન દિલ્હીથી શરૂ થઈ કાનપુર જાય છે. જ્યારે B ટ્રેન કાનપુરથી શરૂ થઈ દિલ્હી જાય છે. રસ્તામાં બજે ટ્રેન એકબીજા પાસેથી કોસ થયા બાદ અનુકૂળે 4 કલાકે કાનપુર અને 9 કલાકે દિલ્હી પહોંચે છે. જો કાનપુરથી ઉપરેલી B ટ્રેનની ઝડપ 60 કિમી/કલાક હોય તો A ટ્રેનની ઝડપ શોધો.

### Short cut

$$\frac{A \text{ ની ઝડપ}}{B \text{ ની ઝડપ}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

જ્યાં b = B ટ્રેનને કોસીંગ બાદ પહોંચતા લાગતો સમય

a = A ટ્રેનને કોસીંગ બાદ પહોંચતા લાગતો સમય

$$\frac{A \text{ ની ઝડપ}}{60} = \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$A \text{ ની ઝડપ} = 60 \times \frac{3}{2}$$

$$= 90 \text{ કિમી/કલાક}$$

દિલ્હીથી કાનપુર જતી A ટ્રેનની ઝડપ 90 કિમી/કલાક હશે.

15. 130 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને તેજ દિશામાં ગતિ કરતી 110 મીટર લંબાઈની બીજી ટ્રેનને પસાર કરતા 20 સેકન્ડ લાગે છે. જો બીજી ટ્રેન તેની વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી હોય તો તેને પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગે તો બજે ટ્રેનોની ઝડપ શોધો.

### Short cut

$$\text{ઝડપી ટ્રેનની ઝડપ} = \left( \frac{|I_1 + I_2|}{2} \right) \left( \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} \right)$$

$$= \left( \frac{130 + 110}{2} \right) \left( \frac{20 + 12}{20 \times 12} \right)$$

$$= \left( \frac{240}{2} \right) \left( \frac{32}{240} \right)$$

$$= 16 \text{ મી/સે.}$$

$I_1$  = એક ટ્રેનની લંબાઈ  
 $I_2$  = બીજી ટ્રેનની લંબાઈ  
 $t_1$  = એક જ દિશામાં પસાર થતા લાગતો સમય  
 $t_2$  = વિરુદ્ધ દિશામાં પસાર થતા લાગતો સમય

$$\text{ધીમી ટ્રેનની ઝડપ} = \left( \frac{|I_1 + I_2|}{2} \right) \left( \frac{t_1 - t_2}{t_1 t_2} \right)$$

$$= \left( \frac{130 + 110}{2} \right) \left( \frac{20 - 12}{20 \times 12} \right)$$

$$= \left( \frac{240}{2} \right) \left( \frac{8}{240} \right)$$

$$= 4 \text{ મી/સે.}$$

$$\text{ટૂકમાં ગાડીની ઝડપ} = \text{બજે ટ્રેનની સરેરાશ લંબાઈ} \times \left[ \frac{1}{\frac{\text{વિરુદ્ધ દિશામાં}}{\text{લાગતો સમય}}} \pm \frac{1}{\frac{\text{એક જ દિશામાં}}{\text{લાગતો સમય}}} \right]$$

16. 120 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને તેજ દિશામાં ગતિ કરતી તેટલી જ લંબાઈની ટ્રેનને પસાર કરતા 10 સેકન્ડ અને તેટલી લંબાઈની તેની વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા 6 સેકન્ડ લાગે તો બજે ટ્રેનોની ઝડપ શોધો.

### Short cut

જો બજે ટ્રેનોની લંબાઈ સરખી છે.

$$\text{ઝડપી ગતિ કરતી ટ્રેનની ઝડપ} = I \left( \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} \right)$$

$$= 120 \left( \frac{10 + 6}{10 \times 6} \right)$$

$$= 32 \text{ મી/સે.}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ધીમી ગતિ કરતી ટ્રેનની ઝડપ &= 1 \left( \frac{t_1 - t_2}{t_1 t_2} \right) \\
 &= 120 \left( \frac{10 - 6}{10 \times 6} \right) \\
 &= \frac{120 \times 4}{60} \\
 &= 8 \text{ મી/સે.}
 \end{aligned}$$

17. 25 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેન અમદાવાદથી સાંજે 5 વાગે નીકળે છે જ્યારે 35 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી બીજું ટ્રેન તે જ સ્થળોથી તે જ દિશામાં ચારે 10 વાગે નીકળે છે તો બસે ટ્રેન કેટલા સમયે અને કેટલા અંતરે એક બીજાને મળશે?

$$\text{સાંજે 5 થી ચારે 10 વચ્ચેનો સમયગાળો = 5 કલાક}$$

$$5 \text{ કલાકમાં પહેલી ટ્રેને કાપેલું અંતર = 5 \times 25 = 125 \text{ કિમી.}$$

$$\text{બીજું ટ્રેને પહેલી ટ્રેનનું (35 - 25) = 10 \text{ કિલોમીટરનું અંતર કાપતાં લાગતો સમય} = 1 \text{ કલાક}$$

$$\therefore 125 \text{ કિમી. નું અંતર કાપવા માટે બીજું ટ્રેનને લાગતો સમય} = \frac{125}{10} = 12.5 \text{ કલાક}$$

$\therefore$  ચારે 10 થી 12.5 કલાક એટલે બીજું ટિવસે સવારે 10.30 કલાકે બસે ટ્રેન ભગાડી થશે.

$$\begin{aligned}
 12.5 \text{ કલાકમાં બીજું ટ્રેને કાપેલ અંતર &= સમય \times ઝડપ \\
 &= 12.5 \times 35 \\
 &= 437.5
 \end{aligned}$$

$\therefore$  અમદાવાદથી 437.5 કિમીનાં અંતરે બસે ટ્રેન ભગાડી થશે.

### Short cut

$$\begin{aligned}
 \text{અમદાવાદથી બસે ટ્રેનોને મળવાનું અંતર &= \frac{\text{પહેલી ટ્રેનની ઝડપ} \times \text{બીજું ટ્રેનની ઝડપ} \times \text{સમયનો તફાવત}}{\text{બસેની ઝડપનો તફાવત}} \\
 &= \frac{25 \times 35 \times 5}{35 - 25} \\
 &= \frac{25 \times 35 \times 5}{10} \\
 &= 437.5 \text{ કિમી}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{બનેટ્રેનોને ભેગી થવાનો સમયગાળો} &= \frac{\text{પહેલી ટ્રેનની ઝડપ} \times \text{સમયનો તફાવત}}{\text{બનેની ઝડપનો તફાવત}} \\ &= \frac{25 \times 5}{35 - 25} \\ &= 12.5 \text{ કલાક} \end{aligned}$$

∴ અમદાવાદથી સાંજે 5 કલાકે અને રાત્રે 10 કલાકે ઉપર્તી ટ્રેન 437.5 કિલોમીટરે અને 12.5 કલાક પછી ભેગી થશે.

18. A થી B સ્ટેશન વચ્ચેનું અંતર 110 મીટર છે. 20 કિમી/કલાકની ઝડપે એક ટ્રેન A થી B તરફ સવારે 7 વાગેથી ગતિ કરે છે. જ્યારે 25 કિમી/કલાકની ઝડપે બીજી ટ્રેન B થી A તરફ સવારે 8 વાગેથી ગતિ કરે છે તો બનેટ્રેન કેટલા વાગે એકબીજાને મળશે?

$$8 \text{ વાગ્યા સુધીમાં એક ટ્રેને કાપેલું અંતર} = 20 \text{ કિમી.}$$

$$\therefore \text{બાકીનું અંતર } 110 - 20 = 90 \text{ કિમી બને ટ્રેન તેની સાપેક્ષ ઝડપ} = 20 + 25 = 45 \text{ કિમી/કલાકની ઝડપે કાપશે.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{બનેટ્રેનોને ભેગી થવાનો સમય} &= \frac{90}{45} \\ &= 2 \text{ કલાક} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{બનેટ્રેનો} 2 \text{ કલાક પછી એટલે કે } 8 + 2 = 10 \text{ વાગે મળશે.}$$

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{બનેસ્ટેશન} &- (\text{સમયનો}) (\text{પહેલી ટ્રેનની}) \\ \text{બનેટ્રેનોને ભેગી થવાનો સમય} &= \frac{\text{વચ્ચેનું અંતર} - \text{તફાવત}}{\text{બનેની ઝડપનો સરવાળો}} \text{ ઝડપ} \\ &= \frac{110 - (1)(20)}{45} = 2 \text{ કલાક} \end{aligned}$$

19. 62 કિમી/કલાકની ઝડપે અને 40 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી બે ટ્રેનને સામસામેની દિશામાં પસાર થતા 18 સેકન્ડ લાગે છે. જો તેમાંની એક ટ્રેનની લંબાઈ 190 મીટર હોય તો બીજી ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

### Short cut

$$\begin{aligned} \text{બીજી ટ્રેનની લંબાઈ} &= \text{સાપેક્ષ ઝડપ} \times \text{એકબીજા પાસેથી પસાર થતા લાગતો સમય} - \text{પહેલી ટ્રેનની લંબાઈ} \\ &= \left( 102 \times \frac{5}{18} \right) \times 18 - 190 \\ &= 320 \text{ મીટર} \end{aligned}$$

20. 60 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી 100 મીટર લાંબી ટ્રેનને તેની સામેથી આવતી 120 મીટર લાંબી ટ્રેનને પસાર કરતા 6 સેકન્ડ લાગે છે તો સામેથી આવતી ટ્રેનની જડપ શોધો.

**Short cut**

$$\begin{aligned} \text{બીજી ટ્રેનની જડપ} &= \text{બમે ટ્રેનની સાપેક્ષ જડપ} - \text{પહેલી ટ્રેનની જડપ} \\ &= \left( \frac{120 + 100}{6} \times \frac{18}{5} \right) - 60 \quad \text{સાપેક્ષ જડપ} = \left( \frac{\text{કુલ લંબાઈ}}{\text{સમય}} \times \frac{18}{5} \right) \text{કિમી/કલાક} \\ &= 132 - 60 \end{aligned}$$

## પ્રક્રિયાં

1. 360 કિમી/કલાક ને મી/સે માં ફેરવો.
2. 120 મીટર લંબાઈની 72 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક ઉભેલી વ્યક્તિને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગે?
3. 144 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક સિંનલ પસાર કરતા 5 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.
4. 200 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને એક સિંનલ પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની જડપ કિમી/કલાકમાં શોધો.
5. 180 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી 120 મીટર લાંબી ટ્રેનને 80 મીટર લાંબો પુલ પસાર કરતા કેટલો સમય લાગે?
6. 400 મીટર લંબાઈની માલગાડીને 140 મીટર લાંબુ ખેટકોર્મ પસાર કરતા 36 સેકન્ડ લાગે તો માલગાડીની જડપ શોધો.
7. 60 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને 150 મીટર લાંબા સ્ટેશનને પસાર કરતા 15 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ કેટલા મીટર હશે?
8. 250 મીટર લંબાઈ ની 80 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેનને તેજ દિશામાં 150 મીટર લંબાઈની 70 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?
9. 72 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેન તેની જ દિશામાં 54 કિમી/કલાકની જડપે ગતિ કરતી બીજી ટ્રેનને 2 મિનિટમાં પસાર કરી શકે છે. જો પહેલી ટ્રેનની લંબાઈ 130 મીટર હોય તો બીજી ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.
10. 200 મીટર લાંબી એક ટ્રેનને એક સિંનલ પસાર કરતા 10 સેકન્ડ લાગે છે. જ્યારે બીજી તેની વિરુદ્ધ દિશામાં આવતી તેટલી જ લંબાઈની ટ્રેનને પસાર કરતા 8 સેકન્ડ લાગે છે તો બીજી ટ્રેનની જડપ શોધો.
11. 5 મી/સે. અને 10 મી/સે. ની જડપે ચાલતી વ્યક્તિને સામેથી આવતી ટ્રેનને પસાર થતા અનુક્રમે 8 સેકન્ડ અને 7 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

12. એક ટ્રેન A થી B સુધીનું અંતર કાપે છે. જ્યારે બીજી ટ્રેન B થી A સુધીનું અંતર કાપે છે. બતે ટ્રેનો વચ્ચે ભેગી થયા પછી અનુક્રમે 4 કલાક અને 25 કલાક પોતાના સ્ટેશન પહોંચે છે. જો બીજી ટ્રેનની ઝડપ 40 કિમી/કલાક હોય તો પહેલી ટ્રેનની ઝડપ શોધો.

જવાબો

$$1. \frac{360 \times 1000}{3600} = 100 \text{ મી/સે.}$$

$$2. \text{ ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{72 \times 1000}{3600} = 20 \text{ મી/સે}$$

$$\text{ઉભેલી વ્યક્તિને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય} = \frac{120}{20} \\ = 6 \text{ સેકન્ડ}$$

$$3. \text{ ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{144 \times 1000}{3600} = 40 \text{ મી/સે.}$$

$$\begin{aligned} \text{ટ્રેનની લંબાઈ} &= \text{ઝડપ} \times \text{સમય} \\ &= 40 \times 5 \\ &= 200 \text{ મીટર} \end{aligned}$$

$$4. \text{ ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{સિંગલ પસાર કરવા માટે લાગતો સમય}} \\ = \frac{200}{12} \\ = \frac{50}{3} \text{ મી/સે.}$$

$$\begin{aligned} \text{ટ્રેનની ઝડપ} &= \frac{50}{3} \times \frac{3600}{1000} \\ &= 60 \text{ કિમી/કલાક} \end{aligned}$$

$$5. \text{ ટ્રેને કાપવું પડતું કુલ અંતર} = 120 + 80 = 200 \text{ મીટર}$$

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{180 \times 1000}{3600} = 50 \text{ મી/સે}$$

$$\text{લાગતો સમય} = \frac{200}{50} = 4 \text{ સેકન્ડ}$$

$$6. \text{ માલગાડીએ કાપેલું કુલ અંતર} = 400 + 140 \\ = 540 \text{ મીટર}$$

$$\text{માલગાડીની ઝડપ} = \frac{\text{અંતર}}{\text{સમય}}$$

$$= \frac{540}{36}$$

$$= 15 \text{ મી/સે.}$$

$$\text{માલગાડીની ઝડપ} = \frac{15 \times 3600}{1000}$$

$$= 54 \text{ કિમી/કલાક}$$

7.

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{60 \times 1000}{3600}$$

$$= \frac{50}{3} \text{ મી/સે.}$$

કાપેલું અંતર = ઝડપ × સમય

$$x + 150 = \frac{50}{3} \times 15$$

$$x + 150 = 250$$

$$x = 100 \text{ મીટર}$$

∴ ટ્રેનની લંબાઈ 100 મીટર હશે.

8. ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ =  $80 - 70 = 10 \text{ કિમી/કલાક}$

$$\text{�ડપ} = \frac{10 \times 1000}{3600}$$

$$= \frac{25}{9} \text{ મી/સે}$$

$$\text{લાગતો સમય} = \frac{a+b}{u-v}$$

$$= \frac{250+150}{\frac{25}{9}}$$

$$= \frac{400 \times 9}{25}$$

$$= 144 \text{ સેકન્ડ}$$

9. ધારો કે બીજી ટ્રેનની લંબાઈ =  $x \text{ મીટર}$

$$\text{સમાન દિશામાં ગતિ કરતી ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ} = (72 - 54) \text{ કિમી/કલાક} = 18 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\text{सापेक्षजडप} = \frac{18 \times 1000}{3600} = 5 \text{ मी/से.}$$

$$\text{पसारकरवानुं अंतर} = (130+x) \text{ मीटर}$$

$$\text{अंतर} = \text{जडप} \times \text{समय}$$

$$130 + x = 5 \times 120$$

(2 मिनिट = 120 सेकंड)

$$x = 600 - 130$$

$$x = 470 \text{ मीटर}$$

∴ बीज्ञद्रेननीलंबाई 470 मीटर हो.

10.

$$\text{पहेली द्रेननी जडप} = \frac{200}{10} = 20 \text{ मी/से.}$$

$$\text{सापेक्षजडप} = \frac{200+200}{8}$$

$$= \frac{400}{8} = 50 \text{ मी/से}$$

$$\therefore \text{बीज्ञद्रेननी जडप} = 50 - 20 = 30 \text{ मी/से}$$

11.

$$\text{द्रेननीलंबाई} = \frac{\text{जडपनो तक्षवृत्त} \times \text{समयनो गुणाकार}}{\text{समयनो तक्षवृत्त}}$$

$$= \frac{(10-5) \times 8 \times 7}{8-7}$$

$$= 5 \times 56$$

$$= 280 \text{ मीटर}$$

12.

$$\text{पहेली द्रेननी जडप} = \text{बीज्ञद्रेननी जडप} \times \sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$= 40 \times \sqrt{\frac{25}{4}}$$

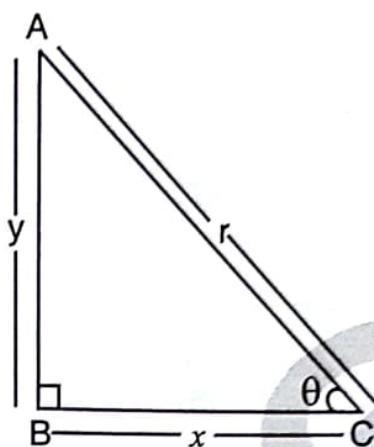
$$= 40 \times \frac{5}{2}$$

$$= 100$$

∴ पहेली द्रेननी जडप 100 किमी/क्लाइ छो.

## ન્યૂન અને વર્ગ કોણાભિતિ

પાયથાગોરસનો નિયમ : કાટકોણ ન્યૂન અને વર્ગ કોણાભિતિની બનાવતી બાજુઓના માપના વર્ગનો યુગ્મના વર્ગ બરાબર થાય છે.



$\Delta ABC$  માં  $\angle B$  કાટખૂણો હોવાથી  $\angle A$  અને  $\angle C$  લઘુકોણ થશે. તેથી પાયથાગોરસના નિયમ મુજબ

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$(y)^2 + (x)^2 = r^2 \quad \dots \dots \dots (1)$$

સમી 1 ને  $r^2$  વડે ભાગતા

$$\frac{y^2}{r^2} + \frac{x^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2}$$

$$\therefore \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = 1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

ધારો કે  $m\angle C = \theta$  ( $0 < \theta < 90^\circ$ ) છે.  $\Delta ABC$  માં ઇંગુષોત્તરો એટલે  $\frac{y}{r}, \frac{x}{r}, \frac{y}{x}, \frac{x}{y}, \frac{r}{x}, \frac{r}{y}$  મળે અને આ ગુણોત્તરો  $\theta$  પર આધારીત હોવાથી તેને  $\theta$  ના ન્યૂન અને વર્ગ કોણાભિતિય ગુણોત્તરો કહે છે.

$\therefore \frac{y}{r}$  ને  $\theta$  નો sine કહે છે.

$$\therefore \sin\theta = \frac{y}{r} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$\frac{x}{r}$  ને  $\theta$  નો cosine કહે છે.

$$\therefore \cos\theta = \frac{x}{r} \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{y}{x} \text{ ને } \theta \text{ નો tangent કહે છે. } \therefore \tan\theta = \frac{y}{x} \quad \dots \dots \dots (5)$$

$\frac{x}{y}$  ને  $\theta$  નો cotangent કહેછે.

$$\therefore \cot\theta = \frac{x}{y} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$\frac{r}{x}$  ને  $\theta$  નો secant કહેછે.

$$\therefore \sec\theta = \frac{r}{x} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$\frac{r}{y}$  ને  $\theta$  નો cosecant કહેછે.

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{r}{y} \quad \dots\dots\dots(8)$$

હવે સમી

$$\left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = 1$$

$$\therefore (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \quad (\text{સમી } 3, 4, \text{પરથી})$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \dots\dots\dots(9)$$

તેથી  $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$  અને

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$  થાય.

હવે સમી 5 પરથી

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

અંશ-દેણને વડે ભાગતાં

$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{y/r}{x/r} \\ &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad (\text{સમી } 3, 4 \text{ પરથી}) \end{aligned}$$

(સમી 6 પરથી)

$$\cot\theta = \frac{x}{y}$$

અંશ-છેદને રવડે ભગતાં

$$\cot\theta = \frac{x/r}{y/r}$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta/\cos\theta} \quad (\text{સમી 3, 4 પરથી})$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\therefore \tan\theta \cot\theta = 1$$

(સમી 7 પરથી)

$$\sec\theta = \frac{r}{x}$$

$$\therefore \sec\theta = \frac{1}{\frac{x}{r}}$$

$$\therefore \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \quad (\text{સમી 4 પરથી})$$

$$\therefore \sec\theta \cos\theta = 1$$

તેવી જ રીતે સમી 8 પરથી

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{r}{y}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\frac{y}{r}}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta} \quad (\text{સમી 3 પરથી})$$

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta \sin\theta = 1$$

હવે સમી 9 પરથી

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

સમીકરણને  $\cos^2\theta$  વડે ભગતાં

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$\therefore \tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

હવે સમી 9 ને  $\sin^2\theta$  વડે ભાગતા

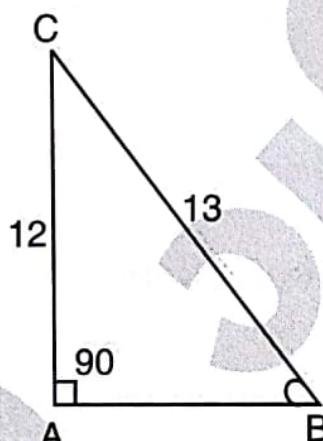
$$\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$$\therefore \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

### ઉદાહરણ

1.  $\triangle ABC$  માં  $AC = 12, BC = 13, m\angle A = 90^\circ$  હોય તો  $\angle B$ ના તમામ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો શોધો.



$\triangle ABC$  માં  $\angle A$  કાટખૂણો હોવાથી  $\overline{BC}$  ક્રુંથાય તેથી પાયથાગોરસના નિયમ મુજબ

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$(12)^2 + AB^2 = (13)^2$$

$$144 + AB^2 = 169$$

$$AB^2 = 169 - 144$$

$$AB^2 = 25 \quad \therefore AB = 5$$

$$\sin B = \frac{\text{સામેની બાજુ}}{\text{ક્રું}} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}$$

$$\cos B = \frac{\text{પાસેની બાજુ}}{\text{ક્રું}} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$$

$$\tan B = \frac{\text{સામેની બાજુ}}{\text{પાસેની બાજુ}} = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5}$$

$$\cot B = \frac{\text{પાસેની બાજુ}}{\text{સામેની બાજુ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$$

$$\text{cosec } B = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{સામેની બાજુ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{13}{12}$$

$$\sec B = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{પાસેની બાજુ}} = \frac{BC}{AB} = \frac{13}{5}$$

2. જો  $\cos A = \frac{4}{5}$  તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણ ભિત્તિય ગુણોત્તરો શોધો.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \quad (\text{સમીકરણ 9 મુજબ})$$

$$\sin^2 A + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 A + \frac{16}{25} = 1$$

$$\sin^2 A = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\sin^2 A = \frac{25 - 16}{25}$$

$$\sin^2 A = \frac{9}{25}$$

$$\sin A = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{3}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{4/5} = \frac{5}{4}$$

$$\cosec A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{3/5} = \frac{5}{3}$$

3. જો  $\cosec A = \frac{13}{5}$  તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણ ભિત્તિય ગુણોત્તર શોધો.

$$\cosec A = \frac{13}{5}$$

$$\frac{1}{\sin A} = \frac{13}{5}$$

$$\therefore \sin A = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\left(\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\frac{25}{169} + \cos^2 A = 1$$

$$\therefore \cos^2 A = 1 - \frac{25}{169}$$

$$\cos^2 A = \frac{144}{169}$$

$$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$$

$$\therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{5/13}{12/13} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{12/13}{5/13} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{12/13} = \frac{13}{12}$$

4. જો  $\tan A = \frac{5}{12}$  તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણ ભિત્તિય ગુણોત્તર શોધો.

$$\sec^2 A \cdot \tan^2 A = 1$$

$$\sec^2 A - \left(\frac{5}{12}\right)^2 = 1$$

$$\sec^2 A - \frac{25}{144} = 1$$

$$\sec^2 A = 1 + \frac{25}{144}$$

$$\sec^2 A = \frac{169}{144}$$

$$\sec A = \frac{13}{12}$$

$$\therefore \frac{1}{\cos A} = \frac{13}{12}$$

$$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin^2 A + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 A + \frac{144}{169} = 1$$

$$\sin^2 A = 1 - \frac{144}{169}$$

$$\sin^2 A = \frac{25}{169}$$

$$\sin A = \frac{5}{13}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{12/13}{5/13} = \frac{12}{5}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{5/13} = \frac{13}{5}$$

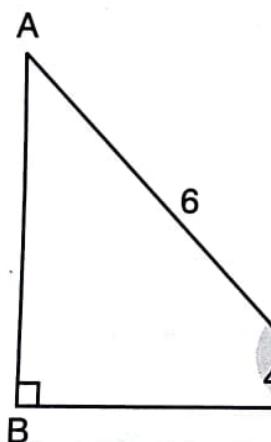
### નિકોણ મિતીય ગુણોત્તરના મુલ્યો

નિકોણ મિતીય ગુણોત્તર	0	30	45	60	90
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	અવ્યાખ્યાયીત
$\cot \theta$	અવ્યાખ્યાયીત	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	અવ્યાખ્યાયીત
$\operatorname{cosec} \theta$	અવ્યાખ્યાયીત	.2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

5.  $\sin 60 \sin 45 + \cos 60 \cos 45$  ની ક્રિમત શોધો.

$$\begin{aligned}\sin 60 \sin 45 + \cos 60 \cos 45 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\&= \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} \\&= \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\&= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

6.  $\Delta ABC$  માં  $m\angle B = 90^\circ, m\angle C = 45^\circ$  તથા  $AC = 6$  તો  $\Delta ABC$ નું ક્ષેત્રફળ શોધો.



$$\sin 45^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{6}$$

$$\therefore AB = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{6}$$

$$\therefore BC = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}\text{કાટકોણ } \Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} \times AB \times BC \\&= \frac{1}{2} \times \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{6}{\sqrt{2}} \\&= 9\end{aligned}$$

7.  $\frac{\sin 60 + \cos 30}{1 + \sin 30 + \cos 60}$  ની ક્રિમત શોધો.

$$\frac{\sin 60 + \cos 30}{1 + \sin 30 + \cos 60} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 1/2 + 1/2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}/2}{2} \\ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

8.  $\triangle ABC$  में  $m\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $AC = 6$  तो  $m\angle C$ ,  $m\angle A$ , अने  $BC$  शोधो.

$$\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{6} \\ \therefore \sin C = \frac{1}{2} \\ \therefore m\angle C = 30^\circ [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

$\triangle ABC$  में  $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

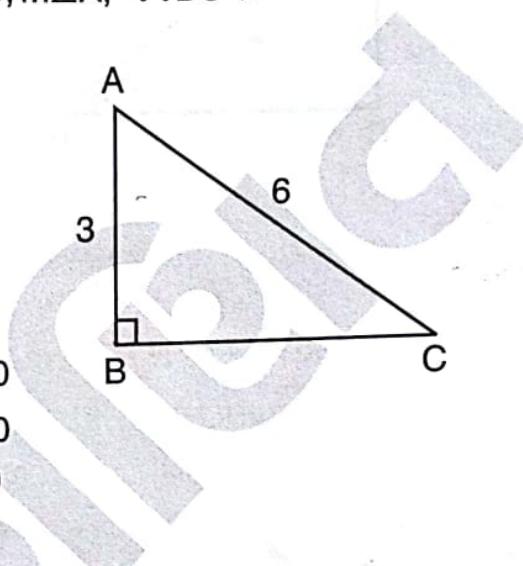
$$m\angle A + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ \\ m\angle A = 60^\circ$$

पायथागोरसना प्रमेय द्वारा  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

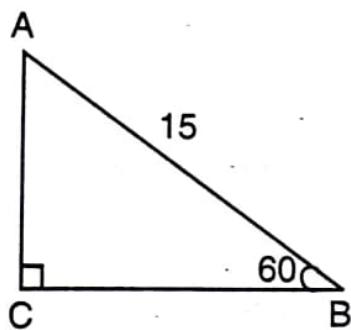
$$(6)^2 = (3)^2 + BC^2 \\ BC^2 = 36 - 9 \\ BC^2 = 27 \\ BC = 3\sqrt{3}$$

9.  $\cos x = \sin 60^\circ \cos 30^\circ - \cos 60^\circ \sin 30^\circ$  तो  $x$  की दिक्षिणता शोधो.

$$\cos x = \sin 60^\circ \cos 30^\circ - \cos 60^\circ \sin 30^\circ \\ \therefore \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ \therefore \cos x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \\ \therefore \cos x = \frac{2}{4} \\ \therefore \cos x = \frac{1}{2} \\ \therefore x = 60^\circ$$



10.  $\Delta ABC$ માં  $m\angle C = 90^\circ, m\angle B = 60^\circ$  અને  $AB = 15$  તો બાકીના ખૂણાઓ અને બાજુઓના માપ શોધો.



$\Delta ABC$ માં

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

$$m\angle A + 60^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore m\angle A = 30^\circ$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AC}{15}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{15}$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{2} = AC$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{BC}{15}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{BC}{15}$$

$$\therefore BC = 7.5$$

- જો બે ખૂણાઓનો સરવાળો  $90^\circ$  થાય તો તે બે ખૂણાઓ એકબીજના કોટીકોણ કહેવાય છે.  
કોટીકોણ વિશેના ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો.
- પ્રત્યેક  $\theta \in R, 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  માટે  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$  અને  $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
- પ્રત્યેક  $\theta \in R, 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  માટે  $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$  અને  $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$
- પ્રત્યેક  $\theta \in R, 0^\circ < \theta \leq 90^\circ$  માટે  $\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$  અને  $\sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$

11.  $\frac{\cos 50^\circ}{\sin 40^\circ} + \frac{\sin 42^\circ}{\cos 48^\circ} - \frac{2 \tan 18^\circ}{\cot 72^\circ}$  ની કિમંત શોધો.

$$\begin{aligned} & \frac{\cos 50^\circ}{\sin 40^\circ} + \frac{\sin 42^\circ}{\cos 48^\circ} - \frac{2 \tan 18^\circ}{\cot 72^\circ} \\ &= \frac{\cos 50^\circ}{\cos(90^\circ - 40^\circ)} + \frac{\sin 42^\circ}{\sin(90^\circ - 48^\circ)} - \frac{2 \tan 18^\circ}{\tan(90^\circ - 72^\circ)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos 50}{\cos 50} + \frac{\sin 42}{\sin 42} - \frac{2 \tan 18}{\tan 18} \\
 &= 1 + 1 - 2 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

12.  $\tan 47 \tan 24 \tan 43 \tan 66$  ની ક્રિમત શોધો.

$$\begin{aligned}
 &\tan 47 \tan 24 \tan 43 \tan 66 \\
 &= \tan 47 \tan 24 \cot (90 - 43) \cot (90 - 66) \\
 &= \tan 47 \tan 24 \cot 47 \cot 24 \\
 &= [\tan 47 \cot 47] [\tan 24 \cot 24] \\
 &= (1)(1) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

13.  $\cot 12 \cot 38 \cot 52 \tan 60 \cot 78$  ની ક્રિમત શોધો.

$$\begin{aligned}
 &\cot 12 \cot 38 \cot 52 \tan 60 \cot 78 \\
 &= \cot 12 \cot 38 \tan (90 - 52) \sqrt{3} \tan (90 - 78) \\
 &= \cot 12 \cot 38 \tan 38 \sqrt{3} \tan 12 \\
 &= \sqrt{3} [\cot 12 \tan 12] [\cot 38 \tan 38] \\
 &= \sqrt{3}(1)(1) \\
 &= \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

14.  $\sec 70 \sin 20 - \cos 20 \operatorname{cosec} 70$  ની ક્રિમત શોધો.

$$\begin{aligned}
 &\sec 70 \sin 20 - \cos 20 \operatorname{cosec} 70 \\
 &= \operatorname{cosec} (90 - 70) \sin 20 - \cos 20 \sec (90 - 70) \\
 &= \operatorname{cosec} 20 \sin 20 - \cos 20 \sec 20 \\
 &= 1 - 1 \quad [\operatorname{cosec} \theta \sin \theta = 1 \text{ અને } \cos \theta \sec \theta = 1] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

15.  $\sin^2 25 + \sin^2 65$  ની ક્રિમત શોધો.

$$\begin{aligned}
 &\sin^2 25 + \sin^2 65 = \sin^2 25 + \cos^2 (90 - 65) \\
 &= \sin^2 25 + \cos^2 25 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

16.  $\frac{\cos 50}{\sin 40} + \frac{\sin 15}{\cos 75}$  ની ક્રિમત શોધો.

(તલાટીકમ મંત્રી ૨૨-૨-૧૪)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos 50}{\sin (90 - 40)} + \frac{\sin 15}{\sin (90 - 75)} \\
 &= \frac{\cos 50}{\cos 50} + \frac{\sin 15}{\sin 15} \\
 &= 1 + 1 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

17.  $\sin x = \sin 60 \cos 30 - \cos 60 \sin 30$  તો  $x$  ની ક્રિમત શોધો.

(જુનીયર કલાર્ક ૨૩-૨-૧૪)

$$\sin x = \sin 60 \cos 30 - \cos 60 \sin 30$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \\
 &= \frac{2}{4} \\
 \therefore \sin x &= \frac{1}{2} \quad [\because \sin 30 = \frac{1}{2}] \\
 \therefore x &= 30
 \end{aligned}$$

18.  $(\cos \theta - \sin \theta)^2 + (\cos \theta + \sin \theta)^2 = ?$

$$\begin{aligned}
 &(\cos \theta - \sin \theta)^2 + (\cos \theta + \sin \theta)^2 \\
 &= \cos^2 \theta - 2\cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta \\
 &= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \\
 &= 1 + 1 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

19.  $\frac{\cos 70}{\sin 20} + \cos 59 \operatorname{cosec} 31$  ની ક્રિમત શોધો.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos 70}{\sin 20} + \cos 59 \operatorname{cosec} 31 \\
 &= \frac{\cos 70}{\cos (90 - 20)} + \cos 59 \sec (90 - 31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos 70}{\cos 70} + \cos 59 \sec 59 \\
 &= \frac{\cos 70}{\cos 70} + \frac{\cos 59}{\cos 59} \\
 &= 1 + 1 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

20. જે  $3\theta$  એ લઘુકોણનું માપ હોય તથા  $\sin 3\theta = \cos(\theta - 26)$  હોય તો  $\theta$  ની કિમત શોધો.

$$\begin{aligned}
 \sin 3\theta &= \cos(\theta - 26) \\
 \therefore \sin 3\theta &= \sin[90 - (\theta - 26)] \\
 \therefore \sin 3\theta &= \sin[90 - \theta + 26] \\
 \therefore \sin 3\theta &= \sin[116 - \theta] \\
 3\theta &= 116 - \theta \\
 4\theta &= 116 \\
 \therefore \theta &= 29
 \end{aligned}$$

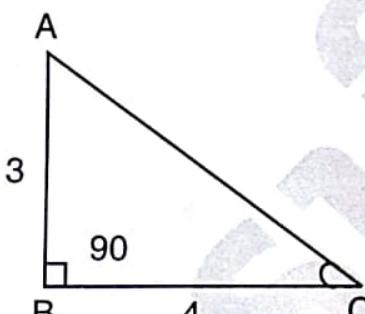
20. જે લઘુકોણના માપ  $\theta$  માટે  $\sin \theta = \cos \theta$  હોય તો  $2\tan^2 \theta + \sin^2 \theta + 1$  ની કિમત શોધો.

$$\begin{aligned}
 \sin \theta &= \cos \theta \\
 \therefore \frac{\sin \theta}{\cos \theta} &= 1 \\
 \therefore \tan \theta &= 1 \\
 \therefore \theta &= 45^\circ \\
 \text{હવે } 2\tan^2 \theta + \sin^2 \theta + 1 &= 2\tan^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ + 1 \\
 &= 2(1)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1 \\
 &= 2 + \frac{1}{2} + 1 \\
 &= \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

## પ્રેક્ટિસ

1.  $\Delta ABC$ માં  $m\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$  હોય તો  $\angle C$ ના તમામ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તર શોધો.
2.  $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$  હોય તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તર શોધો.
3. જે  $\operatorname{cosec} A = \sqrt{10}$  હોય તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો શોધો.
4. જે  $\tan \theta = \frac{3}{4}$  હોય તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો શોધો.
5.  $\sin(50 + \theta) - \cos(40 - \theta)$  ની કિંમત શોધો.
6.  $\sin^2 60 + \cos^2 60 + \cot^2 45 + \sec^2 60 - \operatorname{cosec}^2 30$  ની કિંમત શોધો.
7.  $\frac{1}{(1 + \tan^2 \theta)} + \frac{1}{(1 + \cot^2 \theta)} = ?$
8.  $\tan 35 \tan 40 \tan 45 \tan 50 \tan 55$  ની કિંમત શોધો.
9. જે  $\sin^2 x + \cos^2 42^\circ = 1$  હોય તો  $x$  ની કિંમત શોધો.
10. જે  $\sec 2A = \operatorname{cosec}(A - 42)$  જ્યાં  $2A$  લઘુકોણનું માપ હોય તો  $A$ ની કિંમત શોધો.
11. જે  $0 < \theta < 90^\circ$  માટે  $\sin \theta = \cos 30^\circ$  તો  $2 \tan 2\theta - 1$  નું મૂલ્ય શોધો.

**જવાબો**

1. 

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ (3)^2 + (4)^2 &= AC^2 \\ 9 + 16 &= AC^2 \\ 25 &= AC^2 \\ \therefore AC &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin C &= \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \\ \cos C &= \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5} \\ \tan C &= \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4} \\ \cot C &= \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3} \\ \operatorname{cosec} C &= \frac{AC}{AB} = \frac{5}{3} \quad \text{અને} \quad \sec C = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$2. \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$$

$$\frac{5}{9} + \cos^2\theta = 1$$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{5}{9}$$

$$\cos^2\theta = \frac{4}{9}$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$= \frac{\sqrt{5}/3}{2/3}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{2/3}{\sqrt{5}/3}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{3}{2}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$3. \quad \csc A = \sqrt{10}$$

$$\therefore \sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\frac{1}{10} + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \frac{1}{10}$$

$$\cos^2 A = \frac{9}{10}$$

$$\cos A = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1/\sqrt{10}}{3/\sqrt{10}}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{3/\sqrt{10}}{1/\sqrt{10}} = 3$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

4.  $\tan \theta = \frac{3}{4}$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1$$

$$\sec^2 \theta - \frac{9}{16} = 1$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \frac{9}{16}$$

$$\sec^2 \theta = \frac{25}{16}$$

$$\sec \theta = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \theta + \frac{16}{25} = 1$$

$$\sin^2 \theta = \frac{9}{25}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{5}{3}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad & \sin(50 + \theta) - \cos(40 - \theta) \\
 &= \cos[90 - (50 + \theta)] - \cos(40 - \theta) \\
 &= \cos(40 - \theta) - \cos(40 - \theta) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad & \sin^2 60 + \cos^2 30 + \cot^2 45 + \sec^2 60 - \operatorname{cosec}^2 30 \\
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (1)^2 + (2)^2 - (2)^2 \\
 &= \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 1 + 4 - 4\right) \\
 &= \left(\frac{6}{4} + 1\right) \\
 &= \frac{10}{4} \\
 &= \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

$$7. \quad \frac{1}{\sec^2 \theta} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \theta} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad & \tan 35 \tan 40 \tan 45 \tan 50 \tan 55 \\
 &= \tan 35 \tan 40 (1) \cot 40 \cot 35 \\
 &= (1) \tan 35 \cot 35 \tan 40 \cot 40 \\
 &= (1)(1)(1) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$9. \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ હોવાથી } x = 42 \text{ થાય.}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad & \sec 2A = \operatorname{cosec}(A - 42) \\
 \therefore & \sec 2A = \sec[90 - (A - 42)] \\
 \therefore & \sec 2A = \sec(132 - A) \\
 \therefore & 2A = 132 - A \\
 3A &= 132 \\
 A &= 44
 \end{aligned}$$

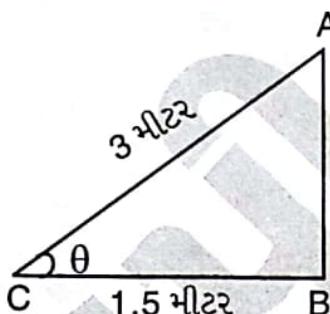
$$\begin{aligned}
 11. \quad & \sin \theta = \cos 30 \\
 &= \sin(90 - 30) \\
 &= \sin 60 \\
 \therefore \theta &= 60 \\
 2\tan^2 \theta - 1 &= 2\tan^2 60 - 1 \\
 &= 2(\sqrt{3})^2 - 1 \\
 &= 6 - 1 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

## અંતર ઊંચાઈ

- ક્ષૈતિજ કિરણ (Horizontal Ray) : નિરીક્ષકની આંખમાંથી નીકળતા અને પૃથ્વીની સપાઈને સમાંતર કિરણને ક્ષૈતિજ કિરણ કહે છે.
- દાખિકિરણ (Ray of Vision) : નિરીક્ષકની આંખમાંથી નીકળતા અને નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થમાંથી પસાર થતા કિરણને દાખિકિરણ કહે છે.
- ઉત્સેધ કોણ (Angle of Elevation) : જે નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ નિરીક્ષકની આંખથી ઊંચે હોય, તો નિરીક્ષણ બિંદુથી તે પદાર્થ તરફના દાખિકિરણ અને નિરીક્ષણ બિંદુમાંથી પસાર થતા સમક્ષિતિજ કિરણના યોગગણથી બનતા ખૂણાને તે પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુને સાપેક્ષ ઉત્સેધકોણ કહે છે.
- અવસેધકોણ (Angle of Depressions) : નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ જ્યારે નિરીક્ષકની આંખથી નીચે હોય પણ નિરીક્ષકની બિલકુલ નીચે ન હોય ત્યારે નિરીક્ષણ બિંદુમાંથી પસાર થતા સમક્ષિતિજ કિરણ અને નિરીક્ષણ બિંદુથી તે પદાર્થ તરફના દાખિકિરણના યોગથી બનતા ખૂણાને તે પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુને સાપેક્ષ અવસેધકોણ કહે છે.

### ઉદાહરણો

1. 3 મીટર લાંબી નિસરણીનો એક છેડો દીવાલથી 1.5 મીટર હોય તો નિસરણી જમીન સાથે કેટલા માપનો ખૂણો બનાવે?



$$\cos \theta = \frac{BC}{AC}$$

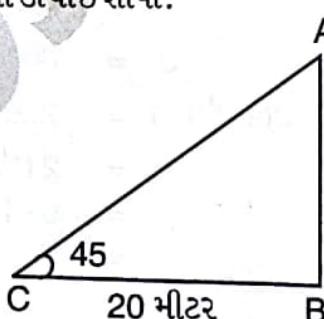
$$\cos \theta = \frac{1.5}{3}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 60$$

$\therefore$  નિસરણી જમીન સાથે 60 નો ખૂણો બનાવશે.

2. જમીનને લંબ ઊભા કરેલા થાંભલાથી 20 મીટર દૂર આવેલા બિંદુથી થાંભલાની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 45 હોય તો થાંભલાની ઊંચાઈ શોધો.



$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{AB}{20}$$

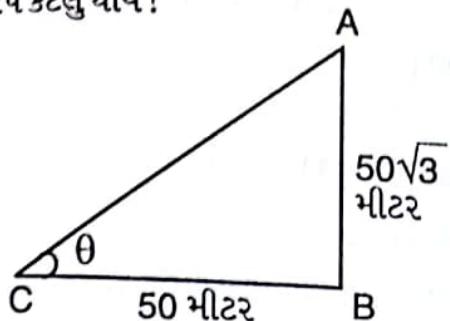
$$1 = \frac{AB}{20}$$

$$\therefore AB = 20$$

$\therefore$  થાંભલાની ઊંચાઈ 20 મીટર હશે.

**જડપી ગણિત : 230 :**

3. એક ટાવરની ઊંચાઈ  $50\sqrt{3}$  મીટર છે. તેના તળિયાથી 50 મીટર દૂર આવેલ બિંદુએથી તેની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ કેટલું થાય?



$\Delta ABC$ માં  $AB = \text{ટાવરની ઊંચાઈ} = 50\sqrt{3} \text{ મીટર}$

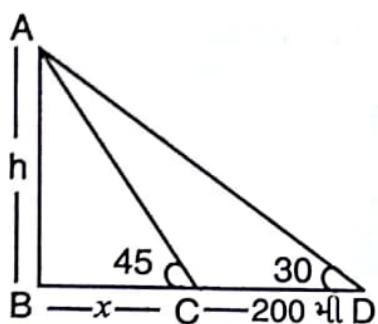
$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \theta = \frac{50\sqrt{3}}{50}$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

4. દરિયામા રહેલા બે વહાણોથી એક દીવાદંડીની ટોચ પરના ઉત્સેધકોણો અનુક્રમે 45 અને 30 છે જો તે વહાણો વચ્ચેનું અંતર 200 મીટર હોય તો દીવાદંડીની ઊંચાઈ શોધો.



પારોકે  $AB = \text{દીવાદંડીની ઊંચાઈ} = h \text{ મીટર}$

$CD = \text{બે વહાણો વચ્ચેનું અંતર} = 200 \text{ મીટર}$

$\Delta ABC$ માં

$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{AB}{BC}$$

$$1 = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = x$$

$\Delta ABD$ માં

$$\tan D = \frac{AB}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{h}{x+200}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{h+200} \quad (x=h)$$

$$h+200 = \sqrt{3}h$$

$$200 = \sqrt{3}h - h$$

$$200 = h(\sqrt{3} - 1)$$

$$h = \frac{200}{\sqrt{3} - 1}$$

$$h = \frac{200}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

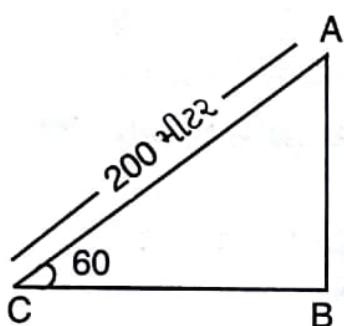
$$h = \frac{200(\sqrt{3}+1)}{2}$$

$$h = 100(\sqrt{3}+1)$$

$$h = 100(1.73+1)$$

$$h = 273 \quad \therefore \text{દીવાદાંડિની ઊંચાઈ } 273 \text{ મીટર હશે.}$$

5. એક પતંગની દોરીની લંબાઈ 200 મીટર છે અને તે સમક્ષિતિજ દિશા સાથે 60 માપનો ખૂઝો બનાવે છે.  
તો પતંગની ઊંચાઈ શોધો.



$$AC = \text{પતંગની દોરી} = 200 \text{ મીટર}$$

$$BC = \text{સમક્ષિતિજ દિશા}$$

$$\sin 60 = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{200}$$

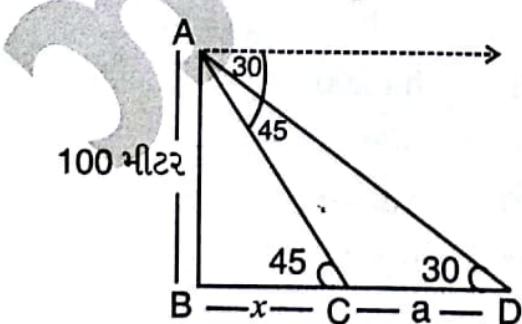
$$\frac{\sqrt{3} \times 200}{2} = AB$$

$$\frac{1.73 \times 200}{2} = AB$$

$$173 = AB$$

$\therefore$  પતંગની ઊંચાઈ 173 મીટર હશે.

6. દરિયાની સપાટીથી 100 મીટર ઊંચાઈએ આવેલા સ્થાનથી દરિયામાં જેતાં દરિયામાં એક વહાણનો અવસેધકોણ 30 જણાય છે. થોડા સમય પછી એ વહાણનો અવસેધકોણ 45 જણાય તો તે સમયગાળામાં વહાણો કાપેલું અંતર શોધો.



$\Delta ABC$  માં

$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{100}{x}$$

$$1 = \frac{100}{x}$$

$$\therefore x = 100$$

$$\Delta ABD \text{માં } \tan D = \frac{AB}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{100}{100+a}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{100+a}$$

$$100+a = \sqrt{3} \times 100$$

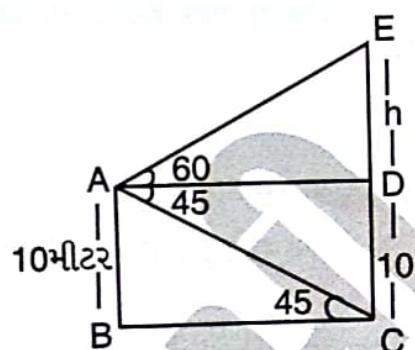
$$100+a = (1.73) \times 100$$

$$100+a = 173$$

$$a = 73$$

$\therefore$  વહાણો 73 મીટર અંતર કાયું હશે.

7. 10 મીટરની ઊંચાઈના મકાન પરથી એક ટાવરની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 60 અને ટાવરના તળીયાનો અવસેધકોણ 45 હોય તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.



$$AB = \text{મકાનની ઊંચાઈ} = 10 \text{ મીટર}$$

$$EC = \text{ટાવરની ઊંચાઈ} = (h+10) \text{ મીટર}$$

$$\Delta ABC \text{માં}$$

$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{10}{BC}$$

$$1 = \frac{10}{BC}$$

$$\therefore BC = 10$$

$$\Delta ADE \text{માં } \tan A = \frac{ED}{AD}$$

$$\tan 60 = \frac{h}{10} \quad (\because BC = AD = 10)$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{10}$$

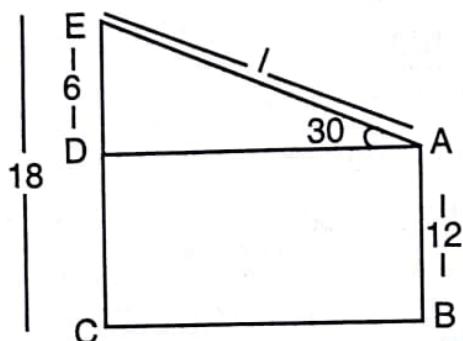
$$\sqrt{3} \times 10 = h$$

$$1.73 \times 10 = h$$

$$17.3 = h$$

$$\therefore \text{ટાવરની ઊંચાઈ} = EC = x + h = 10 + 17.3 = 27.3 \text{ મીટર}$$

8. 18 મીટર અને 12 મીટર ઉંચાઈવાળા બે સ્તંભની ટોચ વચ્ચે એક તાર બાંધેલ છે તાર સમક્ષિતિજ રેખા સાથે 30 માપનો ખૂણો બનાવે તો તારની લંબાઈ શોધો.



$$AE = \text{તારની લંબાઈ} = 1 \text{ મીટર}$$

$$AB = CD = 12 \text{ મીટર}$$

$$\therefore ED = 6 \text{ મીટર}$$

$\Delta AED$  માં

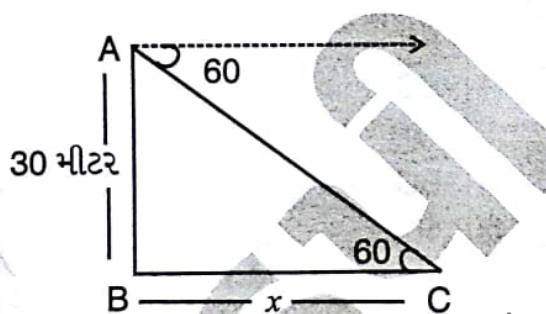
$$\sin 30 = \frac{ED}{AE}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{AE}$$

$$\therefore AE = 12$$

$\therefore$  તારની લંબાઈ 12 મીટર હશે.

9. 30 મીટર ઉંચા ટાવરની ટોચ પરથી એક વહાણના અવસેધકોણનું માપ 60 છે તો ટાવરથી વહાણનું અંતર શોધો.



$$AB = \text{ટાવરની ઉંચાઈ} = 30 \text{ મીટર}$$

$$BC = \text{ટાવરથી વહાણ વચ્ચેનું અંતર} = x \text{ મીટર}$$

$\Delta ABC$  માં

$$\tan 60 = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{30}{x}$$

$$x = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

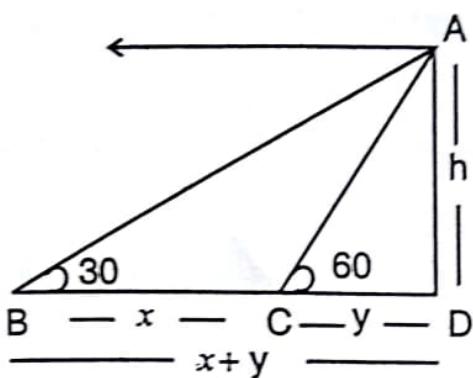
$$x = \sqrt{3} \times 10$$

$$\therefore x = 1.73 \times 10$$

$$\therefore x = 17.3$$

$\therefore$  ટાવરથી વહાણ વચ્ચેનું અંતર 17.3 મીટર હશે.

10. એક સુરેખ માર્ગ ટાવર તરફ જાય છે ટાવરની ઊંચાઈ પર રહેલ વ્યક્તિ ટાવર તરફ આવતી એક સોટ્રેકારના અવસેધકોક્ષાનું માપ 30 નોંધે છે. અચળ જરૂર્યથી આવતી આ કારના અવસેધકોક્ષાનું માપ 16 સેકન્ડ બાદ 80 ફુટ તો કારને ટાવર સુધી પહોંચતા કેટલો વધારાનો સમય લાગશે?



$$AD = \text{ટાવરની ઊંચાઈ} = h \text{ મીટર}$$

$$BC = x \text{ મીટર}$$

$$CD = y \text{ મીટર}$$

$\Delta ACD$  માં

$$\tan C = \frac{AD}{CD}$$

$$\tan 60 = \frac{h}{y}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{y}$$

$$\sqrt{3}y = h \dots\dots(1)$$

$\Delta ABD$  માં

$$\tan B = \frac{AD}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{h}{x+y}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+y}$$

$$\frac{x+y}{\sqrt{3}} = h \dots\dots(2)$$

સમી 1 અને 2 પરથી

$$\sqrt{3}y = \frac{x+y}{\sqrt{3}}$$

$$3y = x+y$$

$$\therefore x = 2y$$

$$\therefore 16 \text{ સેકન્ડમાં } x = 2y \text{ અંતર કાપે છે.}$$

$$\therefore 8 \text{ સેકન્ડમાં } CD = y \text{ અંતર કાપશે.}$$

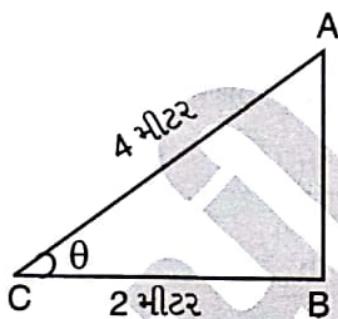
કારને ટાવર સુધી પહોંચતા 8 સેકન્ડ લાગશે.

## પ્રક્રિયા

1. 4 મીટર લંબાઈની નિસરણી દીવાલને ટેકવીને મૂકી છે. જો નિસરણીનો નીચેનો છેડો દીવાલથી 2 મીટર દૂર હોય તો નિસરણી જમીન સાથે કેટલા માપનો ખૂણો બનાવશે?
2. જમીન પર એક ટાવર શિરોલંબ સ્થિતિમાં છે તેના પાયાથી 100 મીટર દૂર રહેલા એક બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 60 છે તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.
3. પતંગની દોરી 50 મીટર લંબી છે. અને તે સમક્ષિતિજ સાથે  $60^\circ$  માપનો ખૂણો બનાવે છે. દોરીમાં કોઈ ઢીલ રહેતી નથી તેમ માની લઈ એ તો પતંગની ઊંચાઈ કેટલા મીટર હશે?
4. નદીના કિનારા પરના એક નિયત બિંદુથી અવલોકન કરતા સામેના કિનારા પર આવેલ મંદિરની ઊંચાઈ 20 મીટર હોય અને મંદિરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 30 હોય તો નદીની પહોળાઈ શોધો.
5. ટાવરની ઊંચાઈ અને પડછાયાની લંબાઈનો ગુણોત્તર  $1 : \sqrt{3}$  છે તો સૂર્યના ઉત્સેધકોણનું માપ શોધો.

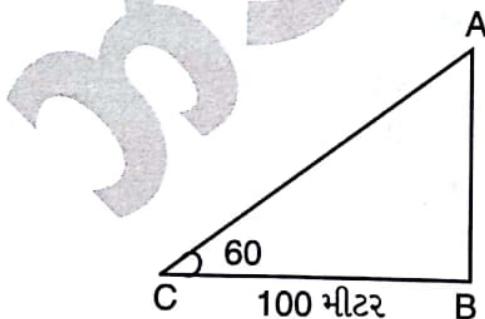
**જવાબો**

**1.**



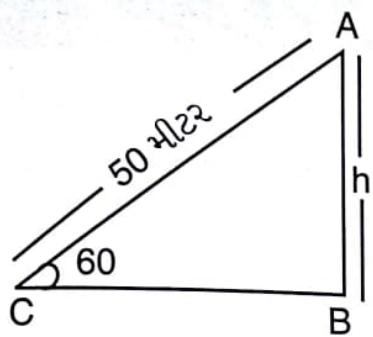
$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{BC}{AC} \\ \cos\theta &= \frac{2}{4} \\ \cos\theta &= \frac{1}{2} \\ \theta &= 60^\circ \end{aligned}$$

**2.**



$$\begin{aligned} \tan 60 &= \frac{AB}{BC} \\ \sqrt{3} &= \frac{AB}{BC} \\ \therefore AB &= \sqrt{3} \times BC \\ AB &= 1.73 \times 100 \\ AB &= 173 \\ \therefore \text{ટાવરની ઊંચાઈ } &173 \text{ મીટર.} \end{aligned}$$

3.



$$AB = \text{पृष्ठानी ऊंचाई} = h \text{ मीटर}$$

$$AC = \text{दोरीनी लंबाई} = 50 \text{ मीटर}$$

$$\sin C = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin 60 = \frac{h}{50}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{50}$$

$$\frac{50\sqrt{3}}{2} = h$$

$$25\sqrt{3} = h$$

$$AB = \text{भूंडरनी ऊंचाई} = 20 \text{ मीटर}$$

$$BC = \text{नदीनी पहोળाई} = x \text{ मीटर}$$

$\Delta ABC$  માં

$$\tan 30 = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{x}$$

$$x = 20\sqrt{3}$$

$$x = 20 \times 1.73$$

$$x = 34.6$$

$\therefore$  નદીની પહોળાઈ 34.6 મીટર હશે.

$$\text{ટાવરની ઊંચાઈ} = AB = h \text{ મીટર}$$

$$\text{પડ્છાયાની લંબાઈ} = BC = a \text{ મીટર}$$

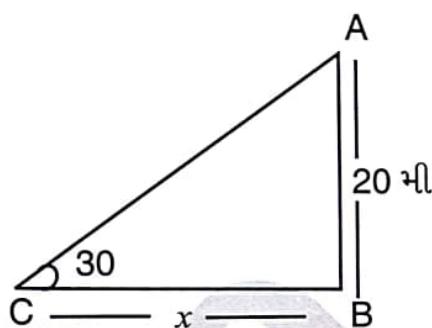
$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan C = \frac{h}{a}$$

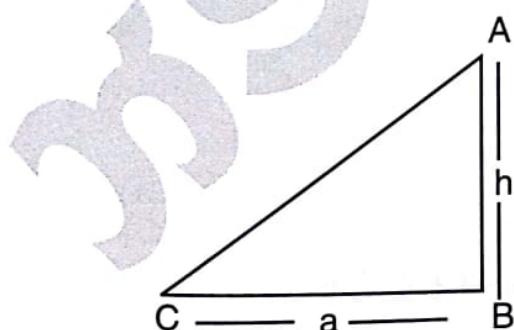
$$\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$m\angle C = 30$$

4.



5.



## સમાંતર શ્રેણી

- શ્રેણી : રોજબરોજના વ્યવહારમાં શ્રેણી શર્દનો ઉપયોગ વારંવાર થાય છે. ગણિતમાં શ્રેણી એ સંખ્યાઓની કમયુક્ત યાદી છે જેમ કે 1, 2, 3..... એ શ્રેણી છે. સામાન્ય રીતે શ્રેણીનું n મું પદ દર્શાવવા  $T_n$  સંકેતનો ઉપયોગ કરીશું.
- ફિબોનાકી શ્રેણી : ફિબોનાકી શ્રેણીમાં પ્રથમ પદ  $a_1 = 1$ , બીજુ પદ  $a_2 = 1$  અને ત્યાર પદીના પદ માટે  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$   $n \geq 3$  એટલે કે બીજુ પદ અને ત્યાર પદીના પદ આગળના બે પદોના સરવાળાથી મળશે. ફિબોનાકી શ્રેણી : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21.....
- સમાંતર શ્રેણી : જે શ્રેણી કોઈક નિશ્ચિત વાસ્તવિક સંખ્યાથી શરૂ થતી હોય અને તેના દરેક કમીક પદની જોડમાં પદોનો તફાવત શૂન્યેતર અચળ હોય તો તે શ્રેણીને સમાંતર શ્રેણી કહે છે.
- જો સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ  $a$  અને સામાન્ય તફાવત  $d$  હોય તો શ્રેણી નીચે મુજબ બની શકે :

$$a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(n-1)d$$

$$\therefore T_n = n \text{ મું પદ} = a + (n-1)d$$

- સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ પદોનો સરવાળો  $S_n$ :

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

અથવા

$$S_n = \frac{n}{2} (a + l) \quad \text{જ્યાં} l = \text{અંતિમ પદ}$$

### ઉદાહરણ

1. સમાંતર શ્રેણી 5, 11, 17.....નું 101 મું પદ શોધો.

પ્રથમ પદ  $a = 5$ ,  $n = 101$ , તફાવત  $d = 6$

$$\begin{aligned} T_n &= a + (n-1)d \\ &= 5 + (101 - 1)6 \\ &= 5 + 600 \\ &= 605 \end{aligned}$$

2. જો એક સમાંતર શ્રેણીનું 7 મું પદ 108 અને 11 મું પદ 212 હોય તો ન મું પદ શોધો.

$$T_7 = 108 \text{ અને } T_{11} = 212$$

$$\therefore a + 6d = 108 \text{ અને } a + 10d = 212 \quad [T_n = a + (n-1)d]$$

બને સમીકરણો પરથી  $d = 26$  અને  $a = -48$

$$\begin{aligned}T_n &= a + (n-1)d \\&= -48 + 26(n-1) \\&= 26n - 74\end{aligned}$$

3. સમાંતર શ્રેષ્ઠી 8, 11, 14, 17.....નું કેટલામું પદ 272 હોય?

$$a = 8, d = 11 - 8 = 3$$

ધારોકે n મું પદ 272 છે.

$$\therefore T_n = a + (n-1)d$$

$$272 = 8 + (n-1)3$$

$$267 = 3n$$

$$\therefore n = 89$$

$\therefore$  સમાંતર શ્રેષ્ઠીનું 89મું પદ 272 છે.

4. સમાંતર શ્રેષ્ઠી 10, 15, 20, 25, 30,..... 1000નું છેલ્લે થી પંદરમું પદ શોધો.

$$a = 10 \quad d = 15 - 10 = 5$$

જો 1000 એ સમાંતર શ્રેષ્ઠીનું n મું પદ હોય તો

$$1000 = 10 + (n-1)5$$

$$990 = 5(n-1)$$

$$n = 199$$

$\therefore$  શ્રેષ્ઠીનું છેલ્લે થી પંદરમું પદ 185મું (199 - 15 + 1) પદ છે.

$$\begin{aligned}T_{185} &= 10 + (185-1)5 \\&= 930\end{aligned}$$

$\therefore$  સમાંતર શ્રેષ્ઠી 10, 15, 20.....1000નું છેલ્લે થી પંદરમું પદ 930 છે.

5. એક સમાંતર શ્રેષ્ઠીમાં  $T_7 = 18, T_{18} = 7$ , હોય તો  $T_{101}$  શોધો.

$$T_7 = 18 \text{ અને } T_{18} = 7$$

$$d = \frac{T_m - T_n}{m-n} = \frac{7 - 18}{18 - 7} = -1$$

$$T_7 = 18$$

$$\therefore a + (n-1)d = 18$$

$$\therefore a + (7-1)(-1) = 18$$

$$\therefore a - 6 = 18$$

$$\therefore a = 24$$

$$\begin{aligned} \text{હવે } T_{101} &= a + 100d \\ &= 24 + 100(-1) \\ &= -76 \end{aligned}$$

$\therefore$  આપેલ શ્રેણીનું 101મું પદ -76 છે.

6. જો  $2k+1, 13, 5k-3$  એ એક સમાંતર શ્રેણીના કમાંક પદો હોય તો  $k$  ની ક્રિમત શોધો.

$$d = 13 - (2k+1) \text{ અને } d = (5k-3) - 13$$

$$\therefore 13 - (2k+1) = (5k-3) - 13$$

$$\therefore 13 + 13 = 5k - 3 + 2k + 1$$

$$\therefore k = 4$$

7.  $5 + 11 + 17 + \dots$  સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ 30 પદોનો સરવાળો મેળવો.

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \\ &= \frac{30}{2} [2(5) + (30-1)6] \\ &= 15(10 + 174) \\ &= 2760 \end{aligned}$$

8. સમાંતર શ્રેણી  $7, 11, 15, 19, 23, \dots$  ના કેટલા પદોનો સરવાળો 900 થાય?

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$900 = \frac{n}{2} [2(7) + (n-1)4]$$

$$1800 = n [14 + 4n - 4]$$

$$1800 = n [4n + 10]$$

$$\therefore 4n^2 + 10n - 1800 = 0$$

$$\therefore 2n^2 + 5n - 900 = 0$$

$$\therefore (n-20)(2n+45) = 0$$

$$\therefore n = 20 \text{ અથવા } n = \frac{-45}{2}$$

$$\therefore n = 20 \quad [n = \frac{-45}{2} \text{ શક્ય નથી}]$$

$\therefore 20$  પદોનો સરવાળો 900 થાય.

9. 5 ના પ્રથમ 30 ધન પૂણીક ગુણિતોનો સરવાળો મેળવો
- 5 ના ધનપૂણીક ગુણિતો ચડતા કમમાં 5, 10, 15, 20, .....

$$a=5 \quad d=5 \quad n=30$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\begin{aligned} S_{30} &= \frac{30}{2} [2(5) + (30-1)5] \\ &= 15(10 + 145) \\ &= 2325 \end{aligned}$$

10. એક સમાંતર શ્રેષ્ઠીનું પ્રથમ પદ 5 અને છેલ્લું પદ 95 હોય અને સામાન્ય તફાવત 5 હોય તો પદોનો સરવાળો કેટલો થાય?

$$a=5, \quad l=95, \quad T_n = 95$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$95 = 5 + (n-1)5$$

$$\therefore n = 19$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} (a+l) \\ &= \frac{19}{2} (5+95) \\ &= \frac{19}{2} (100) \\ &= 950 \end{aligned}$$

11. એક સમાંતર શ્રેષ્ઠીના પ્રથમ 15 પદોનો સરવાળો 225 હોય અને પ્રથમ 21 પદોનો સરવાળો 441 હોય તો પ્રથમ 25 પદોનો સરવાળો શોધો.

$$S_{15} = 225, \quad S_{21} = 441$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$225 = \frac{15}{2} [2a + (15-1)d]$$

$$\therefore 15 = a + 7d \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{તે જ રીતે } 441 = \frac{21}{2} [2a + 20d] \text{ થાય}$$

$$\therefore 21 = a + 10d \dots\dots\dots(2)$$

સમી 1 અને 2 પરથી  $a=1$  અને  $d=2$

$$S_{25} = \frac{25}{2} [2(1) + (25 - 1)2]$$
$$= 625$$

પ્રથમ 25 પદોનો સરવાળો 625 થાય.

12. ચાર સંખ્યાઓ સમાંતર શ્રેષ્ઠીમાં છે. અને તેમનો સરવાળો 72 છે. જો સૌથી મોટી સંખ્યા સૌથી નાની સંખ્યાથી બમણી હોય તો સૌથી નાની સંખ્યા શોધો.

ધારોકે સમાંતર શ્રેષ્ઠીની ચાર સંખ્યાઓ

$$a - 3d, a - d, a + d \text{ અને } a + 3d \text{ છે.}$$

$$\therefore (a - 3d) + (a - d) + (a + d) + (a + 3d) = 72$$

$$\therefore 4a = 72$$

$$a = 18$$

$$\text{હવે } a + 3d = 2(a - 3d)$$

$$a + 3d = 2a - 6d$$

$$a = 9d$$

$$18 = 9d$$

$$\therefore d = 2$$

$$\therefore \text{સૌથી નાની સંખ્યા} = a - 3d$$

$$= 18 - 3(2)$$

$$= 12$$

## યામ ભૂમિતિ

- સંખ્યારેખા પરના બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર : સંખ્યારેખાઓ પરના બે બિનિબિંદુઓ અનુક્રમે A અને B ને સંગત અનન્ય વાસ્તવિક સંખ્યાઓ વાને | $a$ | હોય તો A અને B બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર  $AB = |a - b|$  થાય.
- x-અક્ષ પરના બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર : જો A ( $x_1, 0$ ) અને B ( $x_2, 0$ ) એ કોઈ અક્ષ પરના બે બિંદુઓ હોય તો તેમની વચ્ચેનું અંતર  $AB = |x_1 - x_2|$  થાય.
- Y-અક્ષ પરનાં બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર : જો A (0,  $y_1$ ) અને B (0,  $y_2$ ) એ Y અક્ષ પરનાં બે બિનિબિંદુઓ હોય તો તેમની વચ્ચેનું અંતર  $AB = |y_1 - y_2|$  થાય.
- સમતલના બે બિંદુઓ A ( $x_1, y_1$ ) અને B ( $x_2, y_2$ ) વચ્ચેના અંતરનું સુત્ર  $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  છે.
- દાખલા ગણવા માટે  $AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$  સુત્રનો ઉપયોગ કરીશુ અને છેલ્લે અંતર AB લખીએ ત્યારે જમણીબાજુનું ઘન વર્ગમૂળ લેવાનું ધ્યાનમાં રાખવું.
- કોઈ પણ બિંદુ A (x, y) નું ઉગમબિંદુ O (0, 0) થી અંતર OA =  $\sqrt{x^2 + y^2}$  છે.
- $m/n$  ગુણોત્તરમાં રેખાખંડનું વિભાજન કરતા બિંદુના યામ : બિંદુઓ A ( $x_1, y_1$ ) અને B ( $x_2, y_2$ ) ને જોડતા  $\overline{AB}$ નું A તરફથી  $m/n$  ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતા બિંદુ P ના યામ  $\left( \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$  છે.
- રેખાખંડના મધ્યબિંદુના યામ :- બિંદુઓ A ( $x_1, y_1$ ) અને B ( $x_2, y_2$ ) ને જોડતા  $\overline{AB}$ ના મધ્યબિંદુના યામ  $\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$  છે.
- શિરોબિંદુઓના યામ પરથી ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ :

$\Delta ABC$ ના શિરોબિંદુઓ A ( $x_1, y_1$ ), B ( $x_2, y_2$ ) અને C ( $x_3, y_3$ ) હોય તો

$$\Delta ABC = \Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \left( x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \right) \text{ અથવા}$$

$$\Delta ABC = \Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \left( y_1(x_2 - x_3) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_1 - x_2) \right)$$

1. બિંદુઓ A (2, 3) અને B (-3, -9) વચ્ચેનું અંતર શોધો.

$$A(x_1, y_1) = A(2, 3) \text{ અને } B(x_2, y_2) = (-3, -9)$$

$$\begin{aligned} \therefore AB^2 &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \\ &= [2 - (-3)]^2 + [3 - (-9)]^2 \\ &= 25 + 144 \\ &= 169 \end{aligned}$$

$$\therefore AB = \sqrt{169} = 13$$

∴ આપેલા બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર 13 છે.

2. P(3,2) અને Q(7,k) આપેલા બિંદુઓ જે PQ = 5 હોય તો k શોધો.

$$PQ = 5$$

$$PQ^2 = 25$$

$$(3-7)^2 + (2-k)^2 = 25$$

$$16 + (k-2)^2 = 25$$

$$(k-2)^2 = 9$$

$$k-2 = \pm 3$$

$$k-2 = 3 \text{ અથવા } k-2 = -3$$

$$k = 5 \text{ અથવા } k = -1$$

3. x-અક્ષ પરનું એવું બિંદુ શોધો કે જે A(-1,2) અને B(5,4) થી સમાન અંતરે હોય

x-અક્ષ પરના કોઈપણ બિંદુનો y યામ શૂન્ય હોય

ધારો કે P(x,0) એ x-અક્ષ પરનું એવું બિંદુ છે જે A(-1,2) અને B(5,4) થી સમાન અંતરે આવેલું છે.

$$\text{તેથી } AP = PB$$

$$\therefore AP^2 = PB^2$$

$$[(x - (-1))^2 + (0 - 2)^2] = (x - 5)^2 + (0 - 4)^2$$

$$(x+1)^2 + 4 = (x-5)^2 + 16$$

$$x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2 - 10x + 25 + 16$$

$$12x = 36$$

$$x = 3$$

$$\therefore x-\text{અક્ષ પરનું બિંદુ } P(3,0) \text{ છે.}$$

4. A(1,0), B(0,1), C(1,1) એ ક્યા પ્રકારના ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓના યામ છે?

$$AB^2 = (1-0)^2 + (0-1)^2 = 1+1=2 \quad \therefore AB = \sqrt{2}$$

$$BC^2 = (0-1)^2 + (1-1)^2 = 1+0=1 \quad \therefore BC = 1$$

$$CA^2 = (1-1)^2 + (1-0)^2 = 0+1=1 \quad \therefore CA = 1$$

$\therefore BC = CA = 1$  થવાથી ત્રિકોણ સમદિભાજુછે

5. A(x,y) નું ઉગમબિંદુથી અંતર શોધો.

બિંદુ A(x,y) અને ઉગમબિંદુ O(0,0) વચ્ચેના અંતર માટે

$$OA^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2$$

$$= x^2 + y^2$$

$$\therefore OA = \sqrt{x^2 + y^2}$$

6. જો A(1,2) અને B(3,-2) આપેલા બિંદુઓ હોય તો ABના મધ્યબિંદુ Mના યામ શોધો.

ધારોકે M(x,y) એ A(1,2) અને B(3,-2)નું મધ્યબિંદુ છે.

$$\therefore x = \frac{1+3}{2} \text{ અને } y = \frac{2-2}{2}$$

$$x = 2 \text{ અને } y = 0$$

$$\therefore \text{મધ્યબિંદુ } M(x,y) = M(2,0) \text{ થાય.}$$

7. ઉગમબિંદુ કેન્દ્ર હોય તેવા એક વર્તુળના વ્યાસનું એક અંત્યબિંદુ A(3,-2) છે તો તે વ્યાસના બીજા અંત્યબિંદુના યામ શોધો.

ધારોકે AB વર્તુળનો વ્યાસ હોવાથી વર્તુળનું કેન્દ્ર O(0,0) એ A(3,-2) અને B(x,y)ને જોડતા રેખાખંડનું મધ્યબિંદુ થાય.

$$\therefore 0 = \frac{3+x}{2} \text{ અને } 0 = \frac{-2+y}{2}$$

$$\therefore 3+x = 0 \text{ અને } -2+y=0$$

$$x = -3 \text{ અને } y=2$$

$$B(x,y) = B(-3,2)$$

8. P(3,5), Q(2,-1) અને R(-5,6) એ  $\Delta PQR$ ના શિરોબિંદુઓના યામ છે તો  $\Delta PQR$ નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

જો P(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>), Q(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) અને R(x<sub>3</sub>, y<sub>3</sub>) એ  $\Delta PQR$ ના શિરોબિંદુઓ હોય તો

$$\begin{aligned}\Delta PQR \text{નું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} | x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2) | \\ &= \frac{1}{2} | 3(-1-6) + 2(6-5) + (-5)[5-(-1)] | \\ &= \frac{1}{2} | -21 + 2 - 30 | \\ &= \frac{49}{2} \\ &= 24.5\end{aligned}$$

9. જો P(1,2), Q(2,1), R(3,4) એ સમાંતર બાજુ ચતુર્ભોગ PQRSના શિરોબિંદુઓ હોય તો Sના યામ શોધો.

PQRS સમાંતર બાજુ ચતુર્ભોગ હોવાથી તેમના વિક્ષોર્ણો પરસ્પર દુભાગતા હોવાથી PR અને QSનું મધ્યબિંદુસમાન થાય.

ધારોકે S(x,y) છે.

$\overline{QS}$ ના મધ્યબિંદુના યામ =  $\overline{PR}$ ના મધ્યબિંદુના યામ

$$\left( \frac{x+2}{2}, \frac{y+1}{2} \right) = \left( \frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2} \right)$$

$$\frac{x+2}{2} = \frac{1+3}{2} \quad \text{અને} \quad \frac{y+1}{2} = \frac{2-4}{2}$$

$$\therefore x = 2 \quad \text{અને} \quad y = -3$$

$$\therefore S(x,y) = S(2,-3) \text{ થાય.}$$

10.  $A(-1, 7)$  અને  $B(4, 2)$  ને જોડતા રેખાખંડનું  $A$  તરફથી 3:2 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતા બિંદુના યામ શોધો.
- ધારો કે બિંદુ  $P(x,y)$  તે  $AB$ નું  $A$  તરફથી 3:2 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતું બિંદુ છે.

$$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{3}{2} \text{ થાય.}$$

$$\therefore m/n = 3/2 \text{ તેથી } m=3 \text{ અને } n=2$$

$$P \text{ નો } x\text{-યામ તથા } P \text{ નો } y\text{-યામ}$$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

$$x = \frac{3(4) + 2(-1)}{3+2} \quad y = \frac{3(2) + 2(7)}{3+2}$$

$$x = 2 \quad y = 4$$

તેથી બિંદુ  $P(x,y) = P(2,4)$  છે.

$\therefore AB$  નું  $A$  તરફથી 3:2 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતા બિંદુના યામ  $(2,4)$  છે.

11.  $\Delta ABC$ માં  $m\angle B = 90$  હોય અને  $A(2,3), B(4,5)$  અને  $C(a,2)$  શિરોબિંદુ હોય તો  $a$  શોધો.

$\Delta ABC$  માં  $m\angle B = 90$  હોવાથી

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\therefore (2-4)^2 + (3-5)^2 + (4-a)^2 + (5-2)^2 = (2-a)^2 + (3-2)^2$$

$$4+4+16-8a+a^2=4-4a+a^2+1$$

$$\therefore 4a = 28$$

$$\therefore a = 7$$

- અવગાંઝીકૃત માહિતીનો મધ્યક

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$\sum x_i$  = મધ્યક

$\sum x_i$  = અવલોકનોનો સરવાળો

n = અવલોકનોની સંખ્યા

- વગાંઝીકૃત માહિતીનો મધ્યક

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} \quad (\text{સીધી રીત})$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i x_i}{n} \times c \quad (\text{વિચલનની રીત})$$

### મદ્યક

1. 7, 3, 2, 4 નો મધ્યક શોધો.

$$\begin{aligned} \text{મધ્યક} &= \frac{\text{અવલોકનોનો સરવાળો}}{\text{અવલોકનોની સંખ્યા}} \\ &= \frac{7+3+2+4}{4} \\ &= 4 \end{aligned}$$

2. ચલ 

5	7	8	10	12
2	5	3	1	4

 નો મધ્યક શોધો.

ચલ	5	7	8	10	12
આવૃત્તિ	2	5	3	1	4

ચલ ( $x_i$ )	આવૃત્તિ ( $f_i$ )	$f_i x_i$
5	2	10
7	5	35
8	3	24
10	1	10
12	4	48
$\sum f_i = 15$		$\sum f_i x_i = 127$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum f_i x_i}{n} \\ &= \frac{127}{15} = 8.46 \end{aligned}$$

3. નીચે આપેલા આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક શોધો.

વર્ગી	આવૃત્તિ
0-10	1
10-20	3
20-30	5
30-40	4
40-50	2

વર્ગી	આવૃત્તિ	મધ્યક્રિમત	$f_i x_i$
0-10	1	5	5
10-20	3	15	45
20-30	5	25	125
30-40	4	35	140
40-50	2	45	90
		$n=15$	$\sum f_i x_i = 405$

$$\begin{aligned} \text{મધ્યક } (\bar{x}) &= \frac{\sum f_i x_i}{n} \\ &= \frac{405}{15} \\ &= 27 \end{aligned}$$

મધ્યક શોધવાની આ રીતને સીધી રીત કહેછે.

4. નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક શોધો.

વર્ગી	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
0 - 5	1
5 - 10	3
10 - 15	8
15 - 20	4
20 - 25	2

વર્ગી	$f_i$	મધ્યક્રિમત	$u_i = \frac{x_i - A}{C}$	$f_i u_i$
0 - 5	1	2.5	-2	-2
5 - 10	3	7.5	-1	-3
10 - 15	8	12.5 = A	0	0
15 - 20	4	27.5	1	4
20 - 25	2	22.5	2	4
	$n=18$			3

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i x_i}{n} \times C \quad C = \text{કેન્દ્રલંબાઈ = } 10 - 5 = 5$$

$$= 12.5 + \frac{3}{18} \times 5$$

$$= 12.5 + 0.83$$

$$= 13.33$$

[મધ્યક શોધવાની આ રીતને વિચલનની રીત (Step Deviation Method) કહેછે.]

## મધ્યરથ

- મધ્યરથને સંકેતમાં M વડે દર્શાવાય છે.
- જો અવલોકનોની સંખ્યા એકી હોય તો

$$M = \frac{n+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

- જો અવલોકનોની સંખ્યા બેકી હોય તો

$$M = \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \text{મું અવલોકન} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{મું અવલોકન}}{2}$$

$$M = L + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times C$$

$n$  = અવલોકનોની કુલ સંખ્યા

$cf$  = મધ્યરથ વર્ગના આગળના વર્ગની સંખ્યા  
આવૃત્તિ

$f$  = મધ્યરથ વર્ગની આવૃત્તિ

$C$  = વર્ગ લંબાઈ

$L$  = મધ્યરથ વર્ગનું અધઃસીમા બિંદુ

5. 8, 6, 19, 5, 4, 3, 7 નો મધ્યરથ શોધો.

અવલોકનો ચડતાકમમાં ગોઠવતા 3, 4, 5, 6, 7, 8, 19

$$\therefore n = 7$$

$$M = \frac{n+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= \frac{7+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

$$= ચોથું અવલોકન$$

$$\therefore M = 6$$

6. 3, 2, 1, 9, 16, 12, 15, 11 નો મધ્યરથ શોધો.

અવલોકનને ચડતાકમમાં ગોઠવતા

$$1, 2, 3, 9, 11, 12, 15, 16 \quad \therefore n = 8$$

$$M = \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \text{મું અવલોકન} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{મું અવલોકન}}{2}$$

$$= \frac{\text{ચોથું અવલોકન} + \text{પાંચમું અવલોકન}}{2}$$

$$= \frac{9+11}{2}$$

$$= 10$$

7. નીચેના આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યस્થ શોધો.

ગુણ	18	22	30	35	39	42	45	47
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	3	6	8	8	16	4	2	2

ગુણ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ (F)
18	3	3
22	6	9
30	8	17
35	8	25
39	16	41
42	4	45
45	2	47
47	2	50

n=50 હોવાથી

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{n/2 \text{ મું અવલોકન} + (n/2 + 1) \text{ મું અવલોકન}}{2} \\
 &= \frac{25 \text{ મું અવલોકન} + 26 \text{ મું અવલોકન}}{2} \\
 &= \frac{35 + 39}{2} \\
 &= 37
 \end{aligned}$$

8. નીચેની આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યસ્થ શોધો.

વર્જન	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
સંખ્યા	3	6	8	10	8	10

વર્જન (વર્ગ)	સંખ્યા	સંચય આવૃત્તિ (cf)
20-25	3	3
25-30	6	9
30-35	8	17
35-40	10	27
40-45	8	35
45-50	10	45

$$n=45 \therefore n/2 = 45/2 = 22.5$$

22.5 થી તરત મોટી સંચયી આવૃત્તિ 27એ વર્ગ  
35-40ની સંચયી આવૃત્તિ છે.

$$\begin{aligned}
 M &= 1 + \left( \frac{n/2 - cf}{f} \right) \times c \\
 &= 35 + \left( \frac{22.5 - 15}{10} \right) \times 5 \\
 &= 38.75
 \end{aligned}$$

અડ્વી ગણિત : 250 :

## બહુલક

- અવગ્નીકૃત માહિતીનો બહુલક : અવગ્નીકૃત માહિતીમાં જે અવલોકન બીજા અવલોકનની સરખામણીમાં સૌથી વધુ વખત પુનરાવર્તિત થાય છે તેને માહિતીનો બહુલક કહે છે.
- વગ્નીકૃત માહિતીનો બહુલક : વગ્નીકૃત માહિતીમાં સૌથી વધુ આવૃત્તિવાળા વર્ગને બહુલકીયવર્ગ કહે છે. વગ્નીકૃત માહિતીનો બહુલક એ બહુલકીય વર્ગમાં આવેલી કિંમત છે. જેનું સુત્ર નીચે મુજબ છે.

$$z = l + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times C$$

$z$  = બહુલક

$f_1$  = બહુલકીય વર્ગની આવૃત્તિ

$l$  = બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા

$f_0$  = બહુલકીય વર્ગના આગળના વર્ગની આવૃત્તિ

$C$  = વર્ગલંબાઈ

$f_2$  = બહુલકીય વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ

9.  $3, 2, 7, 3, 7, 7, 5, 2$  અવગ્નીકૃત માહિતીનો બહુલક શોધો.

ઉપરની માહિતીમાં 7 સૌથી વધુ વખત ત્રણ વાર હોવાથી બહુલક 7 થાય.

10. એક ગ્રુપના 20 વિદ્યાર્થીઓના પરીક્ષાના માક્સસનું સર્વેક્ષણ નીચે મુજબ છે.

માક્સ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
સંખ્યા	7	2	8	2	1

તો માહિતીનો બહુલક શોધો.

મહત્વમાં આવૃત્તિ 8 એ વર્ગ 5-7 ની આવૃત્તિ છે.

$\therefore$  વર્ગ 5-7 થાય

$$\begin{aligned}
 z &= l + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times C & \text{જ્યાં} & C = \text{વર્ગલંબાઈ} = 2 \\
 &= 5 + \left( \frac{8 - 2}{2(8) - 2 - 2} \right) \times 2 & & l = \text{બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા} = 2 \\
 &= 5 + \left( \frac{6}{12} \times 2 \right) & & f_1 = \text{આવૃત્તિ} = 8 \\
 &= 5 + 1 & & f_0 = \text{બહુલકીય વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃત્તિ} = 2 \\
 &= 6 & & f_2 = \text{બહુલકીય વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃત્તિ} = 2
 \end{aligned}$$

11. કોઈ માહિતી માટે  $Z = 15$  અને  $\bar{x} = 75$  તો  $M$  શોધો.

$$Z = 3M - 2\bar{x}$$

$$15 = 3M - 2(75)$$

$$165 = 3M$$

$$\therefore M = 55$$

12. 10 - 15 ના વર્ગની અધઃસીમા શોધો.

10-15 વર્ગની અધઃસીમા 10 છે.

13. 50-60 ના વર્ગની મધ્યક્રિમત શોધો.

$$\text{મધ્યક્રિમત} = \frac{50+60}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

14. જો  $\bar{x} - z = 3$  અને  $\bar{x} + z = 45$  તો M = .....

$$\bar{x} - z = 3 \dots \dots \dots (1)$$

$$\bar{x} + z = 45 \dots \dots \dots (2)$$

$$2\bar{x} = 48 \dots \dots \text{(સમીકરણ 1, 2 પરથી)}$$

$$\bar{x} = 24$$

$$\therefore 24 + z = 45$$

$$z = 21$$

$$z = 3M - 2\bar{x}$$

$$21 = 3(M) - 2(24)$$

$$21 + 48 = 3M$$

$$69 = 3M$$

$$\therefore M = 23$$

15. 10-20 ની વર્ગલંબાઈ શોધો.

10-20 ની વર્ગલંબાઈ  $20 - 10 = 10$  છે.

प्रैक्टिस पेपर - 1

1. 100 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને એક સિગનલ પસાર કરતા 10 સેકન્ડ અને તેટલી જ લંબાઈની તેની સામેથી આવત  
બીજું ટ્રેનને પસાર કરતા 8 સેકન્ડ લાગે તો બીજું ટ્રેનની ઝડપ કેટલા કિમી/કલાક હશે?  
(1) 54 (2) 56 (3) 60 (4) 80

2. A, B અને C એક કામ અનુકૂળે 6 દિવસ, 8 દિવસ અને 12 દિવસમાં પુરું કરી શકે છે. જો ત્રણેય તે કામ સાથે પુરું  
કરે અને તેના મહેનતાણાના કુલ 13500 રૂ. મળે તો B ને કેટલા રૂપિયા મહેનતાણું મળે?  
(1) 4000 (2) 4500 (3) 5000 (4) 5500

3. એક રકમ સાદા વ્યાજે 20 વર્ષમાં ત્રણ ગણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.  
(1) 5 (2) 8 (3) 10 (4) 15

4. પ્રથમ 61 પ્રાકૃતિક સંખ્યાની સરાસરી શોધો.  
(1) 30 (2) 31 (3) 32 (4) 33

5. એક વિદ્યાર્થીને એક પેપરમાં 40 ગુણ મળ્યા હોય અને તે 40 ગુણથી નાપાસ થયેલ હોય, જો પાસ થવા માટે  
40% ગુણની જરૂર હોય તો પેપર કુલ કેટલા ગુણનો હશે?  
(1) 100 (2) 150 (3) 200 (4) 250

6. જો  $x + \frac{1}{x} = 3$  તો  $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$   
(1) 9 (2) 10 (3) 15 (4) 18

7. પિતાની ઉંમર તેના પુત્રની ઉંમર કરતાં ચાર ગણી છે. જો 5 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતાં નવ ગણી હોય  
તો પિતાની હાલની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે?  
(1) 20 (2) 28 (3) 32 (4) 34

8. 3 પુરુષ અથવા 4 સ્ત્રી એક ખેતર 43 દિવસમાં ખેડી શકે તો 7 પુરુષ અને 5 સ્ત્રી તે ખેતર કેટલા દિવસમાં ખેડી શકે?  
(1) 5 (2) 8 (3) 10 (4) 12

9. X નણથી એક ટાંકી 24 મિનિટમાં જ્યારે Y નણથી તે જ ટાંકી 32 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બંને નણ સાથે ચાલુ કર્ય  
બાદ કેટલા સમય પછી Y નણને બંધ કરવાથી ટાંકીને પુરી ભરાતા કુલ 18 મિનિટ લાગે?  
(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8

10. એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 12 કિમી/કલાક છે. હોડીને A થી B સુધીનું અને ત્યારબાદ B થી A સુધીનું  
અંતર કાપતા કુલ 6 કલાક લાગે છે. જો પાણીના પ્રવાહનો વેગ 4 કિમી/કલાક હોય તો A થી B સુધીનું અંતર શોધો.  
(1) 25 (2) 28 (3) 32 (4) 35

11. જો ચક્કવૃષ્ણિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચે 4 % લેખે 2 વર્ષનો તફાવત 1 રૂ. હોય તો મુદ્દલ શોધો.  
(1) 610 (2) 615 (3) 625 (4) 650

- 12.**  $171 \div 19 \times 19 = ?$
- (1) 0      (2) 1      (3) 18      (4) 171
- 13.** 30 લીટરના દૂધ અને પાણીના મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનો ગુણોત્તર 7 : 3 છે, મિશ્રણનું પ્રમાણ 3 : 7 કરવા માટે તેમાં કેટલા લીટર પાણી ઉમેરવું પડે?
- (1) 20      (2) 30      (3) 40      (4) 50
- 14.**  $(13)^3 - (13)^2 = ?$
- (1) 13      (2) 2028      (3) 169      (4) 39
- 15.** એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ 6150 ચો.મી. છે. જો તેની પહોળાઈ 50 મી. હોય તો તેની પરિમિતિ કેટલા મીટર થાય?
- (1) 346      (2) 356      (3) 370      (4) 480
- 16.** એક ગોળાનો વ્યાસ 14 સે.મી. છે તો તેની કુલ સપાઠીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચો.સે.મી. થાય?
- (1) 616      (2) 666      (3) 676      (4) 1464
- 17.** બે સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. 11 અને લ.સા.અ. 693 છે. જો તે પૈકીની એક સંખ્યા 77 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.
- (1) 69      (2) 96      (3) 99      (4) 105
- 18.** જો  $x = 12, y = 4$  તો  $(x+y)x/y$  ની કિંમત શોધો.
- (1) 4096      (2) 8698      (3) 9064      (4) 0946
- 19.** પેટ્રોલની કિંમત અંદાજ્પત્રને કારણે 30% વધે છે. ફરી અંદાજ્પત્રને કારણે 20% વધે છે તો એકદંડે પેટ્રોલની કિંમત કેટલા ટકા વધી હશે?
- (1) 55      (2) 56      (3) 57      (4) 58
- 20.** જો  $A:B=4:5$  હોય,  $A:C=2:3$  હોય તો  $B:C$  શોધો.
- (1) 5 : 6      (2) 6 : 5      (3) 5 : 4      (4) 3 : 2

### જવાબ

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 2 (5) 3 (6) 4 (7) 3 (8) 4 (9) 4 (10) 3 (11) 3 (12) 4 (13) 3 (14) 2 (15) 1 (16) 1  
 (17) 3 (18) 1 (19) 2 (20) 1

## પ્રેક્ટિસ પેપર - 2

1.  $(560 + 32) \times (720 \div 48) = ?$ 

(1) 262.5      (2) 255      (3) 263.5      (4) 271.25
2. 200થી 600 વચ્ચે આવતી કેટલી સંખ્યાઓને 4, 5 અને 6 વડે નિશેપભાગી શકાય?
 

(1) 5      (2) 6      (3) 7      (4) 8
3. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 4 : 5 છે જો તેમનો લ.સ.આ. 180 હોય તો નાની સંખ્યા શોધો.
 

(1) 9      (2) 15      (3) 36      (4) 45
4.  $\frac{0.25 \times 0.25 - 0.24 \times 0.24}{0.49} = ?$ 

(1) 0.1      (2) 0.0006      (3) 0.49      (4) 0.01
5. એક બ્યક્ઝિટ 12% આવકવેરો ચુકવે છે જો તેની વાર્ષિક આવક રૂ. 75000 હોય તો તેણે કેટલો વાર્ષિક આવક વેરો ચુકવ્યો હશે?
 

(1) 8000      (2) 9000      (3) 10,000      (4) 12,000
6. 20 વસ્તુઓની મૂળકિમત બરાબર 25 વસ્તુઓની વેચાણકિમત હોય તો કેટલા ટકા ખોટજાય?
 

(1) 15      (2) 20      (3) 25      (4) 30
7.  $X + Y + Z = 16$  અને  $XY + YZ + ZX = 78$  હોય તો  $X^3 + Y^3 + Z^3 - 3XYZ$  ની કિમત શોધો.
 

(1) 352      (2) 355      (3) 360      (4) 370
8. 4 પુરુષો અને 5 સ્ત્રીઓ 3 દિવસ એક કામકરી રૂ. 660 કમાય છે. 10 પુરુષો અને 20 સ્ત્રીઓ 5 દિવસ કામ કરી રૂ. 3500 કમાય છે તો 6 પુરુષો અને 4 સ્ત્રીઓ રૂ. 1300 કેટલા દિવસમાં કમાય શકે?
 

(1) 3      (2) 4      (3) 5      (4) 6
9. 40 લીટરના દુધ અને પાણીના મિશ્રણમાં દુધ અને પાણીનો ગુણોત્તર 4 : 1 છે. તેમાં કેટલા લીટર પાણી ઉમેદવાથી દુધ અને પાણીનો નવો ગુણોત્તર 2 : 1 બને.
 

(1) 1      (2) 2      (3) 8      (4) 16
10. એક ઉમેદવારને પરીક્ષામાં પાસ થવા માટે 80% ગુણ મેળવવા જરૂરી છે. જો ઉમેદવાર પરીક્ષામાં 210 ગુણ મેળવે અને 50 ગુણથી નાપાસ થાય તો પરીક્ષા કુલ કેટલા ગુણની હશે?
 

(1) 280      (2) 305      (3) 315      (4) 325
11. એક ટ્રેન A થી B સુધીનું અંતર 20 કિમી/કલાક ની ઝડપે અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર 30 કિમી/કલાકની ઝડપે કાપે છે તો તેની સરેરાશ ઝડપ શોધો.
 

(1) 20      (2) 22      (3) 24      (4) 26
12. પુત્ર અને પિતાની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 56 વર્ષ છે. 4 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી થાય તો પુત્રની હાલની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે?
 

(1) 10      (2) 12      (3) 14      (4) 15

प्रैक्टिस पेपर - 3



ੴ ਪ੍ਰਾਤਿ

(1) 3 (2) 3 (3) 2 (4) 3 (5) 2 (6) 2 (7) 2 (8) 1 (9) 2 (10) 1 (11) 2 (12) 2 (13) 4 (14) 2 (15) 4  
(16) 1 (17) 3 (18) 4 (19) 1 (20) 2

प्रैक्टिस पेपर - 4

1. 24.5 માંથી 19.052ને બાદ કરો.  
(1) 0.448      (2) 5.448      (3) 3.448      (4) 1.448

2. એક ટ્રેન એક થાંભલો 10 સેકન્ડમાં પસાર કરે છે. ટ્રેનની લંબાઈ 150 મીટર હોય, તો ટ્રેનની ઝડપ કેટલાં કિમી/કલાક હશે?  
(1) 54      (2) 60      (3) 72      (4) 45

3. રૂ.5000 નું 10% દેખે 3 વર્ષનું ચકવૃદ્ધિ વ્યાજ અને સાદાવ્યાજનો તત્કાલ કેટલા રૂપિયા થાય?  
(1) 145      (2) 150      (3) 155      (4) 160

4.  $(-105) \div (-21) = ?$   
(1) 5      (2) -5      (3) 3      (4) -3

5. ચોરસની બાજુના માપમાં 25% વધારો કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય.  
(1) 56.25      (2) 156.25      (3) 50      (4) 125

6. 15 અવલોકનોની સરેરાશ 20 છે જો દરેક અવલોકનમાં 8 ઉમેરવામાં આવે તો નવી સરેરાશ કેટલી થશે?  
(1) 20      (2) 28      (3) 23      (4) 35

7.  $50.8 \div 2540 = ?$   
(1) 20      (2) 2      (3) 0.2      (4) 0.02

8. એક વ્યક્તિએ એક ઘડિયાળ રૂ. 144માં વેચતા તેની મૂળ કિંમત જેટલા ટકાનફો મળે તો ઘડિયાળની મૂળ કિંમત

કેટલા રૂપિયા હશે?

(1) 70

(2) 80

(3) 60

(4) 50

9. 12 પુરુષ અથવા 18 મહિલાઓ સાથે મળીને એક ખેતર 14 દિવસમાં ખેડે છે તો 8 પુરુષ અને 16 મહિલાઓ તે ખેતરની

કેટલા દિવસમાં ખેડી શકે?

(1) 5

(2) 7

(3) 8

(4) 9

10.  $16 + 34 \times 84 \div 14 = ?$

(1) 190

(2) 205

(3) 220

(4) 235

11. એક વર્તુળાકાર કોણની ઊંચાઈ 9 સે.મી. અને તેના પાયાનો વ્યાસ 14 સે.મી. છે તો તેનું ઘનફળ કેટલા ઘન સે.મી.

થાય?

(1) 462

(2) 824

(3) 962

(4) 982

12. જો  $(5X + 3Y) : (5X - 3Y) = 3 : 1$  તો  $X : Y = ?$

(1) 5 : 6

(2) 6 : 5

(3) 7 : 5

(4) 5 : 7

13. 60 લિટરના મિશ્રણમાં દુધ અને પાણીનો ગુણોત્તર 2 : 1 છે. તેમાં કેટલા લિટર પાણી ઉમેરતા તે ગુણોત્તર  
1 : 2 બને?

(1) 20

(2) 30

(3) 40

(4) 60

14. 1.7, 0.51 અને 0.153નો ગુ.સા.અ. શોધો.

(1) 0.015

(2) 0.016

(3) 0.001

(4) 0.017

15. જો  $13324 \div 145 = 91.9$  હોય તો  $133.24 \div 9.19 = ?$

(1) 14.4

(2) 14.5

(3) 14.6

(4) 14.7

16. 14 સે.મી. વાસના વર્તુળનો પરીધ કેટલા સે.મી. થાય?

(1) 11

(2) 22

(3) 33

(4) 44

17.  $53 + 53 \div 53 \times 53 - 53 = ?$

(1) 106

(2) 53

(3) 27

(4) 13

18. પહેલી અવિભાજ્ય સંખ્યા કઈ છે?

(1) 0

(2) 1

(3) 2

(4) 3

19.  $3^x = 81$  તો  $x = ?$

(1) 0

(2) 1

(3) 3

(4) 4

20.  $71.25 + 3.47 + ? = 79$

(1) 4.28

(2) 4.38

(3) 3.38

(4) 5.38

જવાબ : (1) 2 (2) 1 (3) 3 (4) 1 (5) 1 (6) 2 (7) 4 (8) 2 (9) 4 (10) 3 (11) 1 (12) 2 (13) 4 (14)  
(15) 2 (16) 4 (17) 2 (18) 3 (19) 4 (20) 1